Fonctions linéaires et fonctions affines

I) fonction linéaire :

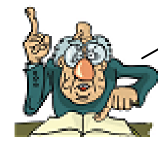
a) proportionnalité et fonction linéaire

Voici un tableau de valeurs indiquant le prix à payer en fonction du nombre de gâteaux

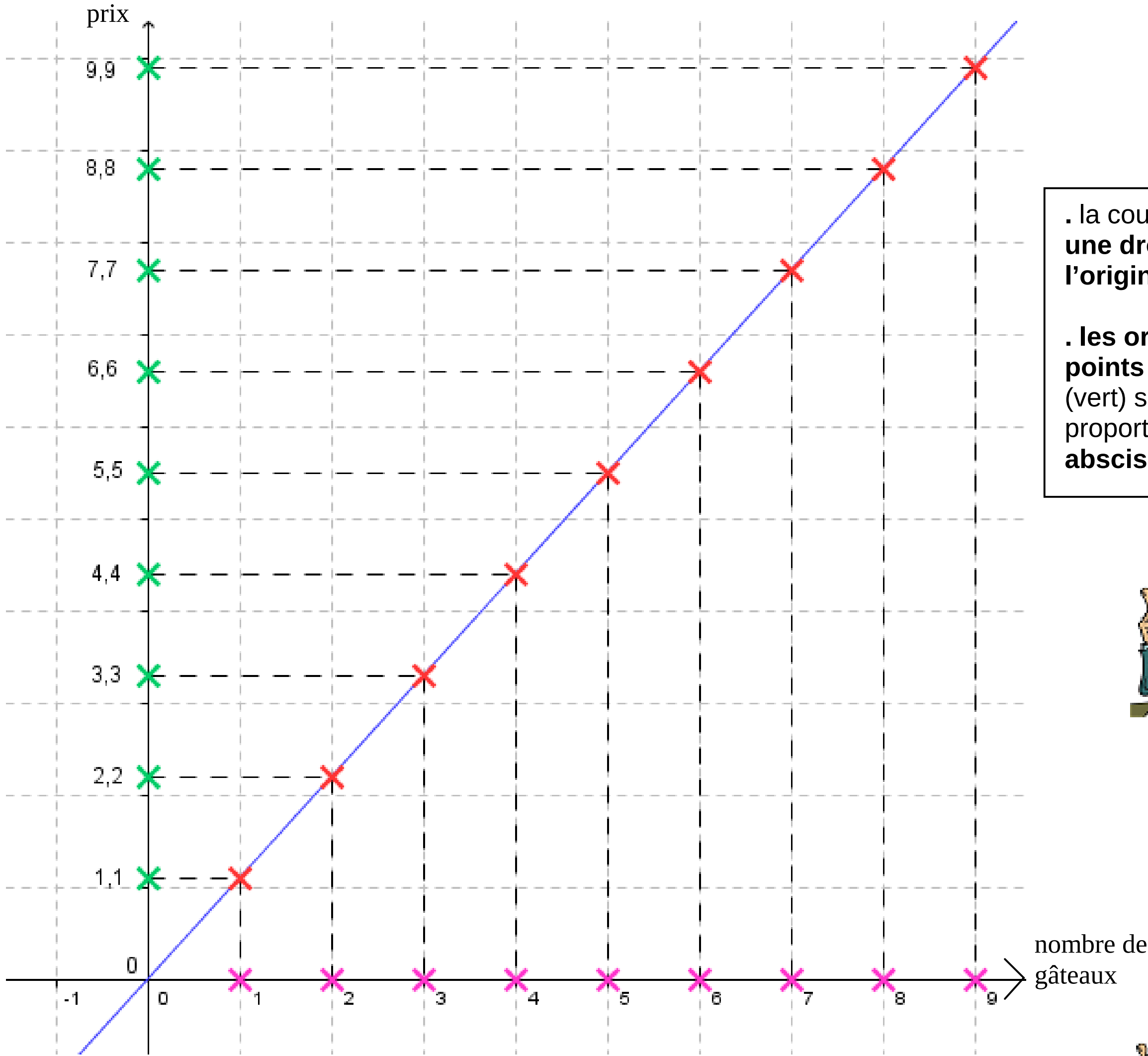
Nombre de gâteaux	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Prix	1,1	2,2	3,3	4,4	5,5	6,6	7,7	8,8	9,9

X 1,1

« Le prix à payer est **proportionnel** au nombre de gâteaux. Le **coefficient de proportionnalité** permettant de trouver le prix en fonction du nombre de gâteaux est 1,1»



Traçons la courbe représentant le prix en fonction du nombre de gâteaux :



. la courbe obtenue est **une droite** passant par **l'origine du repère**

. les ordonnées des points de la courbe (vert) sont proportionnelles aux **abscisses** (violet)

Une telle courbe est la représentation graphique d'**une fonction linéaire**

$f : x \longmapsto 1,1x$

« ***formule littérale*** de la fonction !»

b) Définition : Soit a un nombre relatif. La **fonction linéaire f de**

coefficient a associe à chaque nombre x le nombre **a x** x ou **a**x

Ex :
Soit la fonction f qui à un nombre x fait correspondre son triple $f : x \longmapsto 3x$

$f(-2) = 3 \times (-2) = -6$

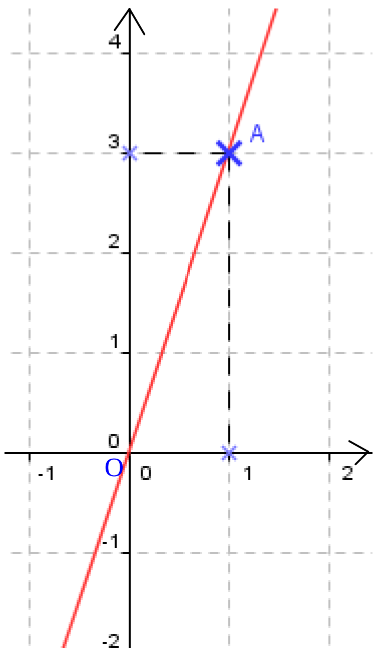
« f est une fonction linéaire de coefficient 3 !»

c) Représentation graphique :

Définition : La représentation graphique de la fonction linéaire $f : x \longmapsto ax$ est l'ensemble des points de coordonnées (x ;ax)

Propriété : La représentation graphique de la fonction linéaire $x \longmapsto ax$ est une **droite** passant par l'**origine du repère.**
a est le **coefficient directeur** de la droite

Ex : Traçons la représentation graphique de la fonction $f : x \longmapsto 3x$



- La représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère.
- Il me suffit d'un second point !
- Je choisis de calculer l'image de 1.
  $f(1) = 3 \times 1 = 3$
- J' obtiens un point A de la courbe.
- Il ne reste plus qu'à tracer la droite !

La droite (OA) a pour équation :

$$y = 3\,x$$

coefficient directeur de la droite

II) fonction affine :

a) Définition : Soient a et b deux nombres relatifs. La **fonction affine de coefficients a et b** associe à chaque nombre x le nombre **a** x x **+ b** ou **a**x **+ b**

La fonction s'écrit : $f : x \longmapsto ax + b$

« la fonction f **associe** ax + b à x !»

$f(x)$ est « l'**image** de x par la fonction f »

<u>Ex :</u> Soit la fonction affine $g : x \longmapsto 3x + 2$

g(4) = 3 x 4 + 2 = 14 L'image de 4 par la fonction g est 14

- **Si a = 0** alors $f(x) = 0x + b = b$ ← « on dit que f est **constante**!»
- **Si b = 0** alors $f(x) = ax + 0 = ax$ ← « f est **une fonction linéaire**!»

<u>Ex :</u> Soit la fonction $\mathbf{h} : x \longmapsto -3$ h est une fonction constante

b) <u>représentation graphique d'une fonction affine :</u>

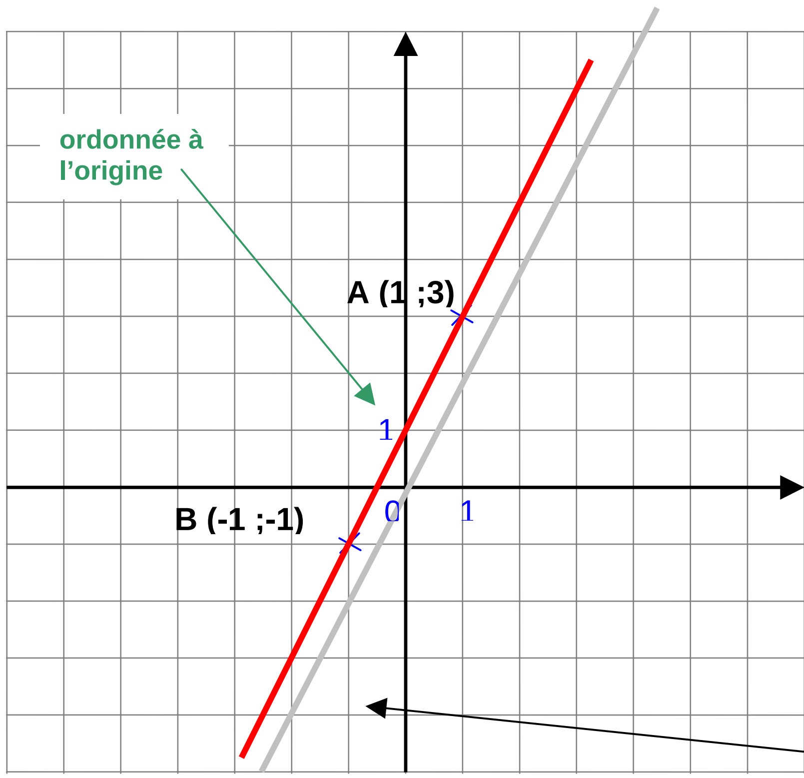
<u>Définition :</u> La représentation graphique de la fonction affine $x \longmapsto ax + b$ est l'ensemble des points de coordonnées $(x\ ; ax + b)$

<u>Propriété :</u> La représentation graphique de la fonction affine $x \longmapsto ax + b$ est une **droite**.
a est le **coefficient directeur** de la droite.
b est l'**ordonnée à l'origine** de la droite

<u>Représentons la fonction affine g</u> : $x \longmapsto 2x + 1$

il me suffit de deux points pour tracer la droite !

f(1) = 3 et f(–1) = –1 donc
A(1 ; 3) et B(–1 ; –1) sont deux points de la courbe !



<u>La droite (AB) a pour équation :</u>

$$y = 2\,x + 1$$

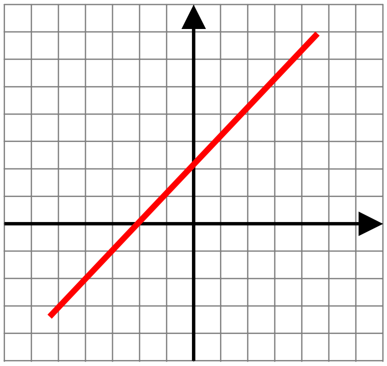
coefficient directeur de la droite

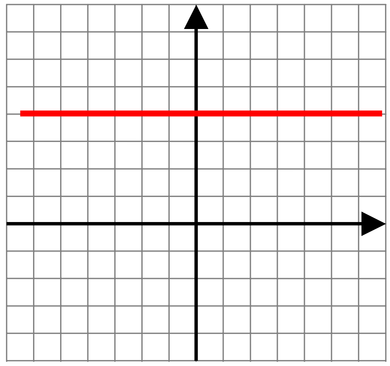
ordonnée à l'origine

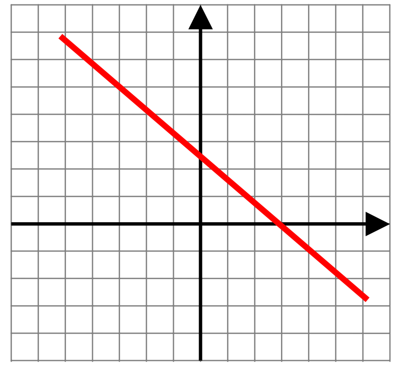
La droite (AB) est **parallèle** à la droite représentant **la fonction linéaire associée**

$$y = 2x$$

<u>Remarques :</u> l'allure de la droite varie selon le signe du coefficient directeur

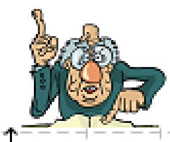






$a > 0$	$a = 0$	$a < 0$
la droite « *monte* !»	la droite est parallèle à l'axe des abscisses!	la droite « *descend* !»

III) proportionnalité des accroissements :



Propriété: Soit f la fonction affine $x \longmapsto ax + b$

Les accroissements de f(x) et les accroissements de x sont proportionnels.

Le coefficient de proportionnalité est le **coefficient directeur a.**

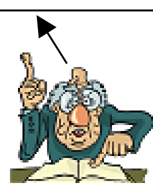
Soient deux points de la courbe :

On a $$\mathbf{a} = \frac{\textbf{différence des ordonnées}}{\textbf{différence des abscisses}}$$

Ex : Soit la fonction affine f

$x \longmapsto 2x + 1$

« x augmente de 3 et $f(x)$ augmente de 2 x 3 = 6!»



On a $f(1) = 3$ et $f(4) = 9$

On a :

$$\frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A} = \frac{9-3}{4-1} = \frac{6}{3} = 2$$