Équations - Inéquations

I) Équations du premier degré à une inconnue :

définition : Une équation du premier degré à une inconnue est une équation où l'inconnue x n'apparaît qu'à la puissance 1.

Ex : $5x = 7$ $\quad 6x - 8 = 5x + 2$ $\quad \frac{3x}{7} = x + 2$

- $2x + 5y = 7$ n'est pas une équation du 1er degré à une inconnue ! Il y a deux inconnues (x et y) !
- $4x^2 + 3 = 9$ n'est pas une équation du 1er degré à une inconnue !
  Le degré de x est 2, l'équation est du second degré

propriété : a,b,c, d désignent trois nombres relatifs
Une équation du premier degré à une inconnue de la forme $ax + b = cx + d$ ($a \neq c$) a une solution **unique**.

Ex :
►Résolvons l'équation :

«**Je veux isoler x seul dans le membre de gauche !** »

$7x + 5 = 3x + 2$

$7x + 5 - 3x = 3x + 2 - 3x$ ← Je soustrais $3x$ à chaque membre de l'égalité pour regrouper les termes en x à gauche

$4x + 5 - 5 = 2 - 5$ ← Je soustrais 5 à chaque membre de l'égalité pour regrouper les termes constants à droite

$4x = -3$

$\frac{1}{4} \times 4x = -3 \times \frac{1}{4}$ ← Je multiplie chaque membre par $\frac{1}{4}$ pour isoler x

$x = \frac{-3}{4} = -0{,}75$

j'ai trouvé la solution de l'équation qui est maintenant résolue

► Résolvons l'équation :

$-10x + 5x + 2 = (4 - x) \times 7$

$-5x + 2 = 28 - 7x$ ← Je développe et réduis les deux membres de l'équation

$-5x + 2 - 2 = 28 - 7x - 2$ ← Je soustrais 2 à chaque membre de l'égalité pour regrouper les termes constants à droite

$-5x = 26 - 7x$

$-5x + 7x = 26 - 7x + 7x$ ← J'ajoute $7x$ à chaque membre de l'égalité pour regrouper les termes en x à gauche

$2x = 26$

$\frac{2x}{2} = \frac{26}{2}$ ← Je divise chaque membre par 2 pour isoler x

$x = \frac{26}{2} = 13$

II) Équations « produit nul » de la forme : $(ax + b)(cx + d) = 0$

(a, b, c, d sont 4 nombres relatifs avec a et c différents de 0).

propriété : un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul

Soient a et b deux nombres relatifs :

Si ab = 0 alors **a = 0 ou b = 0**

Ex :

Résolvons l'équation $(3x - 4)(-7x + 4) = 0$

$\mathbf{3x - 4 = 0}$		$\mathbf{-7x + 4 = 0}$
$3x = 4$	OU	$-7x = -4$
$\mathbf{x = \frac{4}{3}}$		$\mathbf{x = \frac{-4}{-7} = \frac{4}{7}}$

Les solutions de l'équation $(3x - 4)(-7x + 4) = 0$ sont $\mathbf{\frac{4}{3}}$ et $\mathbf{\frac{4}{7}}$

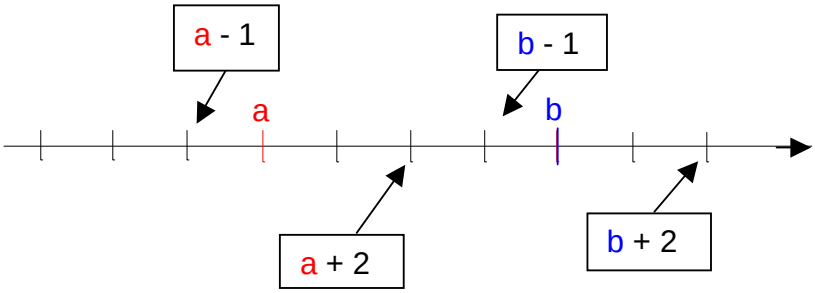
III) Propriétés des inégalités :

propriété : Soient a, b, c trois nombres relatifs.

a + c et b + c sont dans le même ordre que a et b

Ex :

Si a < b alors a +2 < b + 2 Si a < b alors a – 1 < b – 1



propriété : Soient a, b, c trois nombres relatifs.

Si **a > 0** alors **ab et ac** sont rangés dans le **même ordre** que **b et c**

Si **a < 0** alors **ab et ac** sont rangés dans l' **ordre inverse** de **b et c**

Ex : Soit b un nombre relatif tel que b < 6

b x **5** < 6 x **5** soit 5b < 30

b x **–9** > 6 x **(–9)** soit –9b > –54

le sens de l'inégalité a changé !

III) Inéquations du premier degré à une inconnue :

définition : une **inéquation du premier degré à une inconnue** est une inégalité dans laquelle l' **inconnue est de degré 1.**

Ex : $-5x + 7 < -5$ $-8 + 5x \geqslant 4$

Ex : résolvons l'inéquation $-9x + 23 > 5$

$-9x + 23 > 5$

on ne change pas le symbole de comparaison **en ajoutant** le même nombre (ici **–23**) à chaque membre

$-9x + \cancel{23} - \cancel{23} > 5 - 23$

$-9x > -18$

on change le symbole de comparaison car **on multiplie** chaque membre par le même nombre **strictement négatif** $\left(\text{ici } \frac{-1}{9}\right)$

$\frac{1}{\cancel{-9}} \times (\cancel{-9})x < -18 \times \frac{1}{-9}$

$x < 2$

L'inéquation a une infinité de solutions. Tous les nombres strictement inférieurs à 2 sont des solutions.

Ex : résolvons l'inéquation $5x - 4 \geqslant 2$

$5x - 4 \geqslant 2$

$5x \geqslant 2 + 4$

$5x \geqslant 6$

on ne change pas le symbole de comparaison car **on multiplie** chaque membre par le même nombre **strictement positif** $\left(\text{ici } \frac{1}{5}\right)$

$x \geqslant \frac{6}{5}$ ou $x \geqslant 1{,}2$

Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres supérieurs ou égaux à 1,2

Ex : résolvons l'inéquation $-5(x + 2) < 3 + 4x$

$-5(x + 2) < 3 + 4x$

$-5x - 10 < 4x + 3$

Je développe et réduis les deux membres de l'inéquation

$-5x - \cancel{10} + \cancel{10} - 4x < \cancel{4x} + 3 + 10 - \cancel{4x}$

Je soustrais 10 et $4x$ à chaque membre pour regrouper les x à gauche et les nombres à droite

$-9x < 13$

$\frac{-9x}{-9} > \frac{13}{-9}$

Je divise par –9 chaque membre pour isoler x (attention, le signe de comparaison change, –9 est négatif !!)

$x > -\frac{13}{9}$

Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres strictement supérieurs à $-\frac{13}{9}$