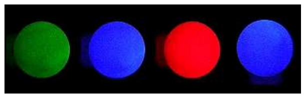
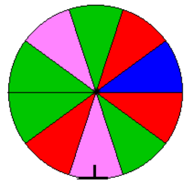
Probabilités

aléatoire : on ne peut pas prévoir avec certitude l'issue qu'on va obtenir !

Rappels :

Considérons les quatre expériences aléatoires suivantes :

expérience 1	expérience 2	expérience 3	expérience 4
« je lance une pièce de monnaie non truquée » On regarde ensuite la face supérieure	**« je lance un dé non truqué »** On regarde ensuite le nombre de points sur la face supérieure	**« je tire au hasard une boule dans un sac contenant 2 boules bleues, une boule rouge, une boule verte. »** On regarde la couleur de la boule obtenue	**« on tourne la roue de loterie»** On note la couleur obtenue au niveau du repère.
			

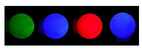
►l'expérience 1 a deux issues possibles : pile, face
►l'expérience 2 a six issues possibles : 1, 2, 3, 4, 5, 6
►l'expérience 3 a trois issues possibles : bleu, vert, rouge
►l'expérience 4 a quatre issues possibles : vert, rouge, bleu, violet

I) Notion d'événement :

définition : Un **événement** est défini par une condition conduisant à aucune, une ou plusieurs issues.

Ex :
Dans l'expérience 2, l'**événement** « on obtient un nombre impair » est réalisé par les issues 1, 3, 5.

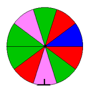
Dans l'expérience 3, l'**événement** « on n'obtient pas de boule rouge » est réalisé par les deux issues : bleu et vert



Dans l'expérience 1, l'**événement** « on obtient pile » est réalisé par une issue : pile.

Dans l'expérience 2, l'**événement** « on obtient le nombre 8 » n' est réalisé par aucune issue.

Dans l'expérience 4, l'**événement** « on obtient la couleur rouge ou la couleur verte » est réalisé par les issues : rouge et vert



II) Probabilité d'un événement :

définition : La **probabilité d'un événement A** est la **somme des probabilités des issues réalisant cet événement**. On note **p(A)** sa probabilité.
La probabilité d'un événement est comprise entre 0 et 1.

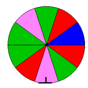
La probabilité d'un événement, c'est « la chance » qu'il a de se produire !!

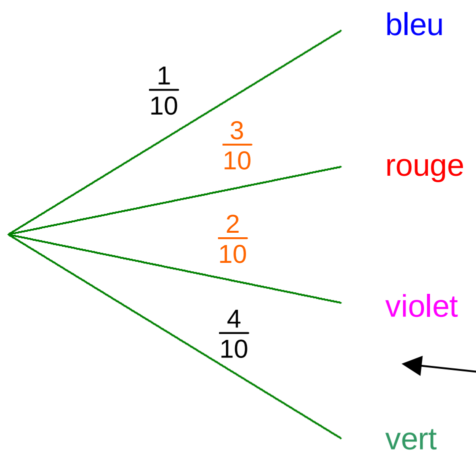
Ex :

► Dans l'expérience 2, désignons par **A** l'événement **« obtenir un chiffre pair »**
Il est réalisé par les issues 2, 4, et 6.

Chaque issue a une probabilité égale à $\frac{1}{6}$ donc **p(A)** = $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} \mathbf{= \frac{1}{2}}$

► Dans l'expérience 4, désignons par **B** l'événement **« obtenir la couleur rouge ou la couleur violet »**
Pour trouver les issues réalisant cet événement, utilisons un arbre des probabilités.





ces deux issues sont celles réalisant l'événement B !

je **pondère** l'arbre en écrivant sur chaque branche la probabilité de l' issue !

donc **p(B)** = $\mathbf{\frac{3}{10}} + \mathbf{\frac{2}{10}} = \frac{5}{10} \mathbf{= \frac{1}{2}}$

une « chance » sur deux d'obtenir du rouge ou du violet en faisant tourner la roue !

définitions :

- Un événement est dit **impossible** s'il ne peut pas se produire : sa probabilité est 0
  Ex : dans l'expérience 2, l'événement Z : « on obtient 11 » est impossible, p(Z) = 0

- Un événement est dit **certain** s'il se produit nécessairement : sa probabilité est 1
  Ex : dans l'expérience 2, l'événement H : « on obtient un nombre inférieur ou égal à 6 » est certain, p(H) = 1

III) Calcul d’une probabilité dans le cas d'une situation équiprobable :

Définition : Si, dans une expérience, **toutes les issues ont la même probabilité** de se réaliser, on dit que **la situation est équiprobable**.

Propriété : Dans une **situation d'équiprobabilité**, la probabilité d’un événement est égale au quotient suivant :

$$\frac{\textbf{nombre d'issues favorables à l'événement}}{\textbf{nombre d'issues possibles}}$$

Ex :

▶  Dans l’expérience 1, la situation est équiprobable (on a autant de chances d’obtenir pile que face).

Considérons l’événement A : « on obtient face » $p(A) = \frac{1}{2}$

« il y a bien une seule issue correspondante à l’événement (face) et deux issues possibles (pile, face) »

▶  Dans l’expérience 2, la situation est équiprobable (on a autant de chances d’obtenir 1, que 2, que 3, que 4, que 5, que 6).

Considérons l’événement B : « on obtient 5 ou 4» $p(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

« il y a bien deux issues correspondantes à l’événement (5, 4) et 6 issues possibles (1, 2, 3, 4, 5, 6) »

▶  Dans l’expérience 3, la situation **n’est pas équiprobable** (on a deux fois plus de chances d’obtenir la couleur bleue). Je n’applique pas la formule.
Considérons l’événement C : « on obtient la couleur bleue », 2 boules sur 4 sont bleues donc il y a deux chances sur 4 d’obtenir une boule bleue $p(C) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

avec la formule, j'aurais obtenu $\cancel{\frac{1}{3}}$!

▶  Dans l’expérience 4, la situation **n’est pas équiprobable** (on a davantage de chances d’obtenir du vert que du violet par exemple). Je n’applique pas la formule.

Considérons l’événement D : « on obtient la couleur bleue ou la couleur rouge », 4 secteurs de la roue sont bleues ou rouges donc il y a quatre chances sur 10 d’obtenir une couleur bleue ou une couleur rouge $p(D) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

avec la formule, j'aurais obtenu $\cancel{\frac{2}{4}}$!

IV) Évènements incompatibles - Évènements contraires :

définition : Deux évènements sont **incompatibles** s'ils ne peuvent pas se réaliser en même temps.

Ex : Dans l'expérience 2, l'événement A : « on obtient 6 » et l'événement B : « on obtient 3 » sont incompatibles

définition : L'événement **contraire** d'un événement A est celui qui se réalise quand A ne se réalise pas. On le note $\overline{A}$ (« A barre »)

Ex : dans l'expérience 2, soit l'événement D : « on obtient 3 ». L'événement contraire $\overline{D}$ peut s'écrire : « on n'obtient pas 3 »

il pourrait aussi s'écrire : « on obtient 1 ou 2 ou 4 ou 5 ou 6 »

propriété :
La **somme des probabilités** d'un événement A et de son contraire est **1**
$p(A) + p(\overline{A}) = 1$

Ex : Reprenons l'exemple précédent.
Calculons la probabilité de l'événement contraire de D, $p(\overline{D}) = 1 - p(D) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$