

# Equations

## I) Quelques propriétés des égalités :

**Propriété :** une égalité reste vraie si on ajoute (ou on soustrait) **le même nombre** à ses deux membres

Soient a, b, c trois nombres relatifs, on a :

$$\text{Si } a = b \text{ alors } a + c = b + c$$

$$\text{Si } a = b \text{ alors } a - c = b - c$$

Ex : Soit  $x$  un nombre relatif

**Si**  $x = 7$  **alors**  $x + 4 = 7 + 4$  **donc**  $x + 4 = 11$

**Si**  $x = -9$  **alors**  $x - 2 = -9 - 2$  **donc**  $x - 2 = -11$

**Propriété :** une égalité reste vraie si on multiplie **chaque membre de l'égalité** par un **même nombre**

Soient a, b, c trois nombres relatifs, on a :

$$\text{Si } a = b \text{ alors } a \times c = b \times c$$

Ex : Soit  $x$  un nombre relatif

**Si**  $x = -7$  **alors**  $x \times 4 = -7 \times 4$  **donc**  $x \times 4 = -28$

**Propriété :** une égalité reste vraie si on divise **chaque membre de l'égalité** par un **même nombre non nul**

Soient a, b, c trois nombres relatifs, on a :

$$\text{Si } a = b \text{ et } c \neq 0 \text{ alors } \frac{a}{c} = \frac{b}{c}$$

Ex : Soit  $x$  un nombre relatif

**Si**  $x = 5$  **alors**  $\frac{x}{2} = \frac{5}{2}$  **donc**  $\frac{x}{2} = 2,5$

## II) Équations :

**Définition :** une **équation** est une égalité contenant un ou plusieurs nombres **inconnus** (écrits en général sous forme de lettre(s))

Ex :  $x + 9 = 5x - 7$  ← « voici une équation où l'inconnue est  $x$  ! »



$x + 9$  est le premier membre de l'équation,  $5x - 7$  le deuxième.

**Résoudre** une équation d' **inconnue**  $x$ , c'est trouver toutes les valeurs possibles de  $x$  telles que **l'égalité soit vraie**.

Ex : Soit l'équation :  $x + 9 = 5x - 7$

Le nombre 4 est une solution de l'équation.

On a en effet :  $4 + 9 = 13 = 5 \times 4 - 7$

«On obtient le même résultat en remplaçant  $x$  par 4 dans les deux membres donc 4 est une solution de l'équation.! »



## II) résoudre une équation à une inconnue :

Résolvons l'équation d'inconnue  $x$  suivante :

«je veux que  $x$  soit seul dans le premier membre !! »

$$3x + 9 = 7x - 2$$

«je rassemble les «  $x$  », je retranche  $7x$  à chaque membre »

$$\begin{array}{r} 3x + 9 - 7x = 7x - 2 - 7x \\ \swarrow \quad \searrow \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \\ -4x \qquad \qquad \qquad 0 \end{array}$$

«j' effectue les calculs avec les termes en  $x$  »

$$9 - 4x = -2$$

«je rassemble les nombres en ajoutant  $-9$  à chaque membre »

$$\begin{array}{r} 9 - 4x - 9 = -2 - 9 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \\ 0 \qquad \qquad \qquad -11 \end{array}$$

«j' effectue les calculs avec les nombres»

$$-4x = -11$$

$$\frac{-4x}{-4} = \frac{-11}{-4}$$

«je divise chaque membre par  $-4$  pour qu'il ne reste plus que  $x$  dans le premier membre !»

$$x = \frac{-11}{-4} = \frac{11}{4}$$

Ex : Résolvons l'équation d'inconnue  $x$  suivante :

$$-5x + 4 = 15x - 9$$

$$-5x + 4 - 15x = 15x - 9 - 15x$$

$$-20x + 4 = -9$$

$$-20x + 4 - 4 = -9 - 4$$

$$-20x = -13$$

$$x = \frac{-13}{-20} = \frac{13}{20}$$

### III) résoudre un problème à l'aide d'une équation :

#### énoncé :

Jacques et Lucien ont une collection de petites voitures. Jacques en a **12 de moins** que Lucien. Lucien en a **trois fois plus** que Jacques.  
Combien de voitures possède Jacques ?

Soit  $x$  le nombre de voitures de Jacques

$$x + 12 = 3x$$

«je **traduis** l'énoncé sous forme d'équation !

$$x + 12 - x = 3x - x$$

$$12 = 2x$$

$$x = \frac{12}{2} = 6$$

«je **résous** l'équation ! »



Jacques possède 6 voitures.