

Proportionnalité

Rappel: "Le coût de l'achat de baguettes de pain est **proportionnel** au nombre de baguettes achetées. Si j'achète **deux fois plus** de baguettes, je paierai **deux fois plus**"

I) Représentation graphique :

Propriété : si une situation est proportionnelle alors les points de sa représentation graphique sont alignés avec l'origine du repère.

Ex : Le périmètre d'un carré est proportionnel à la longueur d'un côté.

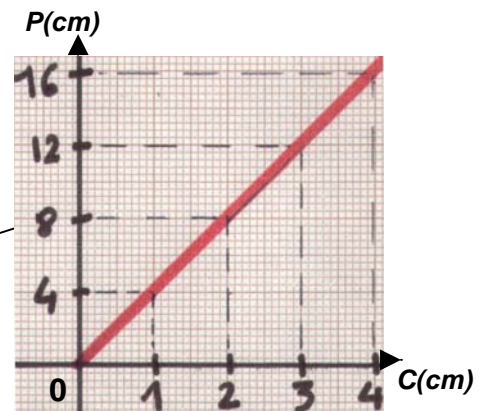
Côté (cm)	0	1	2	3	4
Périmètre (cm)	0	4	8	12	16

(x 4)

Traçons la représentation graphique



« Tous les points de la courbe sont alignés avec l'origine du repère. Nous avons obtenu une droite passant par l'origine »

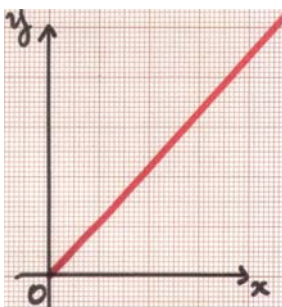


Propriété : si les points de sa représentation graphique sont alignés avec l'origine du repère alors la situation est proportionnelle.

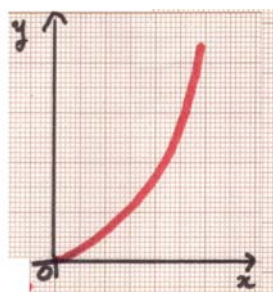
« cette propriété est la **réciproque** de la précédente »



Ex :



Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3

Seule la courbe 1 correspond à une situation proportionnelle. Les grandeurs x et y sont proportionnelles !

II) Quatrième proportionnelle – égalité des produits en croix :

Reprenons la situation proportionnelle du paragraphe précédent

Côté (cm)	0	1	2	3	4
Périmètre	0	4	8	12	16

(x 4)

On a : $2 \times 12 = 3 \times 8 = 24$

1	4
4	16

On a : $1 \times 16 = 4 \times 4 = 16$

Si on prend deux colonnes **quelconques** d'un tableau de proportionnalité, **les produits en croix** sont égaux.

Propriété : Soient a, b, c, d quatre nombres relatifs.

Le tableau suivant est un tableau de **proportionnalité** si **les produits en croix** $a \times d$ et $b \times c$ sont égaux

a	c
b	d

$ad = bc$

Ex : Pour faire de la confiture de mirabelles, il faut ajouter 700g de sucre à 1 kg de fruits. Quelle est la quantité de sucre à ajouter à 750 g de fruits ?

La situation est proportionnelle (si j'utilise deux fois plus de fruits, je dois mettre deux fois plus de sucre !)

Fruits (g)	1000	750
Sucre (g)	700	x

« x est la **quatrième proportionnelle** (inconnue) »



Soit x la quantité de sucre nécessaire

$1000 \times x = 750 \times 700$ (produits en croix)

Donc $x = \frac{750 \times 700}{1000} = 525g$

Pour 750g de fruits, il faudra 525g de sucre

II) Pourcentages :

calculer un pourcentage revient à un calcul de proportionnalité

Ex : Parmi les 24 élèves d'une classe, 9 sont demi-pensionnaires. Calculer le pourcentage d'élèves demi-pensionnaires dans la classe.

Evaluer le **pourcentage** d'élèves demi-pensionnaires consiste à imaginer que la classe compte 100 élèves en conservant **la même proportion** d'élèves demi-pensionnaires.
Il s'agit bien d'une situation proportionnelle. Utilisons les produits en croix.

Soit x le pourcentage d'élèves

demi-pensionnaires	9	↘ ↙	x
total des élèves	24	↗ ↖	100



$$x = \frac{9 \times 100}{24} = 37,5$$

Il y a 37,5% d'élèves demi-pensionnaires dans la classe.

Ex : Un gâteau préparé par Julien contient 35% de chocolat. Quelle quantité de chocolat a-t-il utilisé pour un gâteau de 425g ?

Soit x la quantité de chocolat

masse de chocolat (g)	35	x
Masse du gâteau (g)	100	425

$$100 \times x = 35 \times 425 \quad \text{Donc} \quad x = \frac{35 \times 425}{100} = 148,75\text{g}$$

Pour un gâteau de 425g, il faudra 148,75g de chocolat.