PUISSANCES

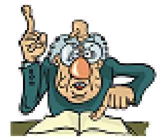
I) Puissances d'un nombre relatif :

A) **exposant entier positif :**

Définition : Soit **a** un nombre relatif et **n** un entier supérieur ou égal à 2

a^n est le produit de n facteurs égaux à a

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots\ldots\ldots \times a}_{\text{« le produit comprend } n \text{ facteurs»}}$$



n est l'exposant de a $\quad$ a^n est une puissance du nombre a

$a^0 = 1$ $\quad$ $a^1 = a$ $\quad$ a^2 se lit "a au carré" $\quad$ a^3 se lit "a au cube"

Ex :

$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ $\quad$ $(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = (-125)$

$\left(\dfrac{2}{3}\right)^4 = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{2}{3} \times \dfrac{2}{3} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{16}{81}$ $\quad$ $4^0 = 1$ $\quad$ $(-3{,}2)^1 = -3{,}2$

B) **exposant entier strictement négatif :**

Définition : **a** étant un nombre relatif non nul et **n** un entier positif non nul

a^{-n} est l'inverse de a^n

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{a \times \ldots . \times a \times a}$$

« $a^{-1} = \dfrac{1}{a}$ »

Ex : $3^{-2} = \dfrac{1}{3^2} = \dfrac{1}{9}$ $\quad$ $(-2)^{-4} = \dfrac{1}{(-2)^4} = \dfrac{1}{(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)} = \dfrac{1}{16}$

$$\left(\frac{2}{7}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{2}{7}\right)^{3}} = \frac{1}{\frac{2}{7} \times \frac{2}{7} \times \frac{2}{7}} = \frac{1}{\left(\frac{2}{7}\right)} \times \frac{1}{\left(\frac{2}{7}\right)} \times \frac{1}{\left(\frac{2}{7}\right)} = \left[\frac{1}{\left(\frac{2}{7}\right)}\right]^{3} = \left(\frac{7}{2}\right)^{3}$$

- la puissance d'un nombre positif est toujours positive.
- la puissance d'un nombre négatif est positive si l'exposant est pair.
- la puissance d'un nombre négatif est négative si l'exposant est impair

Ex : $(-5)^6$ est positif $(-7,8)^{-8}$ est positif 9^7 est positif $(-4,1)^3$ est négatif

II) Puissances de 10 :

Propriété : Pour tout entier positif n non nul, on a :

$10^n = 10 \times 10 \times 10 \times \ldots\ldots\ldots\ldots \times 10 \times 10 = 1000\ldots\ldots\ldots00$

« le produit comprend n facteurs»

« n zéros»

$10^{-n} = \dfrac{1}{10^n} = 0,000\ldots\ldots01$

« n chiffres **après** la virgule»

Ex : $10^4 = 10000$ $10^{-6} = 0,000001$ $10^1 = 10$

III) Écriture scientifique d'un nombre décimal :

Définition : la notation scientifique d'un nombre décimal est son écriture sous la forme **$a \times 10^p$** où a est un nombre décimal ayant **un seul chiffre avant la virgule**

Ex :

L'écriture scientifique de **56 000** est : $5,6 \times 10^4$

L'écriture scientifique de **345** est : $3,45 \times 10^2$

« **astuce :** j'écris le nombre en mettant un chiffre devant la virgule. Ici j'écris donc 3,45. Ensuite je cherche la puissance de 10 par laquelle je dois multiplier pour retrouver le nombre de départ !»

L'écriture scientifique de **– 0,0067** est : $-6{,}7 \times 10^{-3}$

IV) Opérations avec des puissances :

$3^2 \times 3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^{2+4} = 3^6$

« **les exposants s'ajoutent :**
2 + 4 = 6 !!»

$$\frac{(-4)^2}{(-4)^5} = \frac{\cancel{(-4)} \times \cancel{(-4)}}{\cancel{(-4)} \times \cancel{(-4)} \times (-4) \times (-4) \times (-4)} = \frac{1}{(-4)^3} = (-4)^{-3}$$

« **les exposants se retranchent :**
2 – 5 =–3 !!»

$15 - 4 \times 3^2$
$= 15 - 4 \times 9$
$= 15 - 36$
$= -11$

$7 + 6^2 - 5 : 10^2$
$= 7 + 36 - 5 : 100$
$= 7 + 36 - 0{,}05$
$= 42{,}95$

« **dans une expression sans parenthèses , on calcule d'abord les puissances**»

Règles de calcul : soient n et p deux entiers relatifs, on a :

$10^n \times 10^p = 10^{n+p}$ $\qquad \dfrac{10^n}{10^p} = 10^{n-p}$ $\qquad (10^n)^p = 10^{n \times p}$

Ex : $10^4 \times 10^3 = 10^7$ $\qquad \dfrac{10^9}{10^4} = 10^{9-4} = 10^5$ $\qquad (10^3)^2 = 10^{2\times3} = 10^6$

$10^{-5} \times 10^8 = 10^3$ $\qquad \dfrac{10^{-5}}{10^9} = 10^{-14}$ $\qquad (10^{-7})^3 = 10^{-21}$