Calcul littéral

Rappels :

▶ Dans une .expression **littérale**, un ou plusieurs nombres sont désignés par des **lettres.**

Ex :

- **2** x **a + 3** est une expression littérale

On peut calculer la valeur d'une expression littérale en remplaçant les lettres par des valeurs numériques. Pour **a = –5**, on obtient ici :
  2 x a + 3
= 2 x **(–5)** + 3
= –10 + 3
= – 7

- **3** x $\boldsymbol{x^2}$ **+ 5** x **(m + 6)** est une expression littérale

Pour **x = 5** et **m = –7,** calculons la valeur de l'expression :
3 x x^2 + 5 x (m + 6)
=3 x **5**^{2} + 5 x (**–7** + 6) = 3 x 25 + 5 x (–1) = 75 + (– 5) = 70

▶ On peut supprimer parfois « x » dans l'écriture d'une expression littérale

Ex : x **x** y = xy   3 **x** a = 3a   2 **x** (5b + c) = 2(5b + c)

Le signe de multiplication peut être supprimé devant une lettre ou une parenthèse ! !
2 **x** a + 3 = 2a + 3 et 3 **x** x^2 + 5 **x** (m + 6) = 3x^2 + 5(m + 6)

▶ Pour simplifier l'écriture d'une suite d'additions, on peut :

- supprimer **les signes d'addition et les parenthèses autour des nombres relatifs.**
- écrire le **premier terme sans parenthèses**
- **supprimer le signe "+" devant un nombre se trouvant en début de ligne**

L'expression obtenue est une somme algébrique.

Ex :
▶ (– 9,7) **+** (+ 3) **+** (– 7,8) **+** (– 6,9) **+** (+ 2,1) = – 9,7 + 3 – 7,8 – 6,9 + 2,1

▶ une différence peut donc s'écrire sous forme de somme algébrique !

- (+4) – (–15) = (+4) + (+15) = 4 + 15

▶ une suite d'additions et de soustractions peut s'écrire sous forme de somme algébrique !

- (+14) – (–10) + (–8) = (+14) + (+10) + (–8) = 14 + 10 –8

▶ écrire une somme algébrique, c'est écrire des nombres relatifs à la suite l'un de l'autre sans parenthèses,

- –5 + 7 – 9 – 3 = (–5) + (+7) + (– 9) + (– 3) = (–5) – (–7) + (– 9) – (+ 3) =.....
- 4 – 11 + 5 – 13 = (+4) + (– 11) + (+ 5) + (– 13) = = (+4) + (– 11) – (– 5) + (– 13) =...

sommes algébriques

I) Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et la soustraction

propriété : Soient k, a, b trois nombres quelconques

k x (a + b) = k x a + k x b   et   k x (a – b) = k x a – k x b

produit | **somme algébrique** | **produit** | **somme algébrique**

J'ai « **distribué** » k dans chaque expression.
La **multiplication** est **distributive** par rapport à **l'addition** et **la soustraction.**

Ex :

5 x (2 + 4)
= 5 x 2 + 5 x 4
= 10 + 20
= 30

3 x (a – 7)
= 3 x a – 3 x 7
= 3a – 21

II) Développer une expression littérale:

définition : développer, c'est transformer un produit en somme algébrique

a,b,c désignent trois nombres relatifs :

a (b + c) = ab + ac   a (b – c) = ab – ac

produit | somme algébrique | produit | somme algébrique

J'utilise la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et la soustraction!

Ex :
Développons :

–5 (y + 7) = –5 x y + (–5) x 7 = –5y – 35 ← Je « distribue » –5 sur chaque terme de la somme !

9 (a – 2) = 9 x a – 9 x 2 = 9a – 18 ← Je « distribue » 9 sur chaque terme de la différence !

(5x – 3) x 4x = 5x x 4x – 3 x 4x = 20x^2 – 12x ← je « distribue » 4x !

attention à développer en respectant l'ordre des termes.
Ici, on commence par distribuer 4x avec 5x !

III) Factoriser une expression littérale:

définition : **factoriser,** c'est transformer une somme algébrique en produit.

a,b,c désignent trois nombres relatifs :

$$ab + ac = a(b + c) \qquad\qquad ab - ac = a(b - c)$$

somme algébrique — produit — somme algébrique — produit

Ex :

Factorisons : $7a + 7 \times 5 = 7 \times a + 7 \times 5 = 7(a + 5)$

Je cherche un **facteur commun** dans chaque terme de la somme algébrique

Factorisons : $5{,}6x - 4{,}2x = 5{,}6 \times x - 4{,}2 \times x = x(5{,}6 - 4{,}2) = 1{,}4x$

Je cherche un **facteur commun** dans chaque terme de la somme algébrique

Factorisons : $-3y - 21 = (-3) \times y + (-3) \times 7 = -3(y + 7)$

Je transforme l'expression pour trouver un **facteur commun** !

Factorisons : $3x^2 + 6x = 3x \times x + 3x \times 2 = 3x(x + 2)$

Je transforme l'expression pour trouver un **facteur commun** !

IV) Suppression de parenthèses devant des sommes algébriques:

propriété : a, b, c, d désignant quatre nombres relatifs

► **ajouter** une somme algébrique revient à **ajouter chacun de ses termes**

$$a + (-c + d - b) = a - c + d - b$$

$$a + (c - d + b) = a + c - d + b$$

Je supprime les parenthèses sans rien changer, elles sont précédées d'un signe d'addition !

Ex : $5x + (3x - 2) = 5x + 3x - 2$

► **soustraire** une somme algébrique revient à **ajouter l'opposé de chacun de ses termes**

$$a - (-c + d - b) = a + c - d + b$$

$$a - (c - d + b) = a - c + d - b$$

Je supprime les parenthèses après avoir changé le signe de chaque terme de la somme, elles sont précédées d'un signe de soustraction !

Ex : $5x - (3x - 2) = 5x - 3x + 2$

V) Réduction d'une expression littérale:

définition : **réduire** une expression revient à l'écrire **avec le moins de termes possibles.**

Ex :

- $7x + 9x = (7 + 9)x = 16x$

Je regroupe les termes en « x » !

- $8x^2 - 5x^2 + x^2 = (8 - 5 + 1)\, x^2 = 4\, x^2$

Je regroupe les termes en « x^2 » !

- $5a^2 - 6a + 3 + 7a^2 + a - 6 = 12a^2 - 5a - 3$

je regroupe les termes ayant des parties littérales de même nature !

Attention, je ne peux rien réduire dans l'écriture d' une expression comme : $7x^2 + 3\,x + 5$. Les termes ne sont pas de même nature !