

PUISSANCES

I) Puissances d'un nombre relatif :

► avec un exposant entier positif :

définition : Soit a un nombre relatif et n un entier supérieur ou égal à 2

a^n est le produit de n facteurs égaux à a

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_n$$

le produit comprend n facteurs



n est l' exposant de a	a^n est une puissance du nombre a
a^n se lit « a puissance n » ou « a exposant n »	
$a^0 = 1$	$a^1 = a$
	a^2 se lit « a au carré »
	a^3 se lit « a au cube »

par convention (règles décidées par les mathématiciens !)



Ex :

$$2^5 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{5 \text{ facteurs}} = 32$$

$$(-5)^3 = \underbrace{(-5) \times (-5) \times (-5)}_{3 \text{ facteurs}} = (-125)$$

$$10^4 = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times 10}_{4 \text{ facteurs}} = 10\,000$$

$$4^0 = 1$$

$$(-3,2)^1 = -3,2$$

► avec un exposant entier strictement négatif :

définition : a étant un nombre relatif non nul et n un entier positif non nul,

a^{-n} est l'inverse de a^n

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{a \times \dots \times a \times a}$$



$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

b) préfixes :

Les préfixes sont utilisés pour simplifier l'écriture et le nom de mesures utilisant des puissances de 10 dans leur unité.

en informatique, l'unité d'information est l'octet.
Une clé USB d'un **giga**octet contient 10^9 octets (un milliard d'octets !)
giga est un **préfixe**



préfixe	giga	méga	kilo	milli	micro	nano
symbole	G	M	k	m	μ	n
puissance de 10	10^9	10^6	10^3	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

Ex :

Un **micromètre** (noté $1 \mu\text{m}$) est un millionième de mètre soit 10^{-6} m
En biologie, le micromètre est l'ordre de grandeur des cellules.

cette lettre grecque se lit «mu»

III) Écriture scientifique d'un nombre décimal :

a) exprimer un nombre à l'aide de puissances de 10 :

propriété : n désigne un nombre positif

- On multiplie un nombre décimal par 10^n en déplaçant la virgule de **n rangs vers la droite**.

Ex : $4,567 \times 10^2 = 456,7$ $3,4 \times 10^7 = 34\,000\,000$

Si cela est nécessaire, on complète avec des zéros !

- On multiplie un nombre décimal par 10^{-n} en déplaçant la virgule de **n rangs vers la gauche**.

Ex : $4,567 \times 10^{-2} = 0,04567$ $3,4 \times 10^{-7} = 0,00000034$

b) écrire un nombre en notation scientifique :

définition : la notation scientifique d'un nombre décimal est son écriture sous la forme $a \times 10^p$ où a est un nombre décimal ayant **un seul chiffre non nul avant la virgule**.

$$1 \leq a < 10$$

Ex :

L'écriture scientifique de **56 000** est : $5,6 \times 10^4$

L'écriture scientifique de **345** est : $3,45 \times 10^2$

L'écriture scientifique de **- 0,0067** est : $-6,7 \times 10^{-3}$

Astuce : j'écris le nombre en mettant un chiffre non nul devant la virgule.
Ici j'écris donc **3,45**. Ensuite je cherche la puissance de 10 par laquelle je dois multiplier **3,45** pour retrouver le nombre de départ **345** !



avec la calculatrice :

Écrivons $-0,0067$ en notation scientifique

TI-collège Plus

calculatrice en mode scientifique

Casio fx92 Spéciale Collège

calculatrice en mode scientifique

IV) Opérations avec des puissances :

► $3^2 \times 3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^{2+4} = 3^6$

Les exposants s'ajoutent : $2 + 4 = 6 !!$



► $\frac{(-4)^2}{(-4)^5} = \frac{(-4) \times (-4)}{(-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4)} = \frac{1}{(-4)^3} = (-4)^{-3}$

Les exposants se retranchent : $2 - 5 = -3 !!$

► $(5^3)^2 = 5^3 \times 5^3 = 5^{2 \times 3} = 5^6$

Les exposants se multiplient : $2 \times 3 = 6 !!$

$15 - 4 \times 3^2$
 $= 15 - 4 \times 9$
 $= 15 - 36$
 $= -11$

$7 + 6^2 - 5 : 10^2$
 $= 7 + 36 - 5 : 100$
 $= 7 + 36 - 0,05$
 $= 42,95$

Dans une expression sans parenthèse, on calcule **d'abord** les puissances.



propriété : quels que soient n et p deux entiers relatifs, on a :

$10^n \times 10^p = 10^{n+p}$

$\frac{10^n}{10^p} = 10^{n-p}$

$(10^n)^p = 10^{n \times p}$

Ex: $10^4 \times 10^3 = 10^7$

$\frac{10^9}{10^4} = 10^{9-4} = 10^5$

$(10^3)^2 = 10^{2 \times 3} = 10^6$

$10^{-5} \times 10^8 = 10^3$

$\frac{10^{-5}}{10^9} = 10^{-14}$

$(10^{-7})^3 = 10^{-21}$