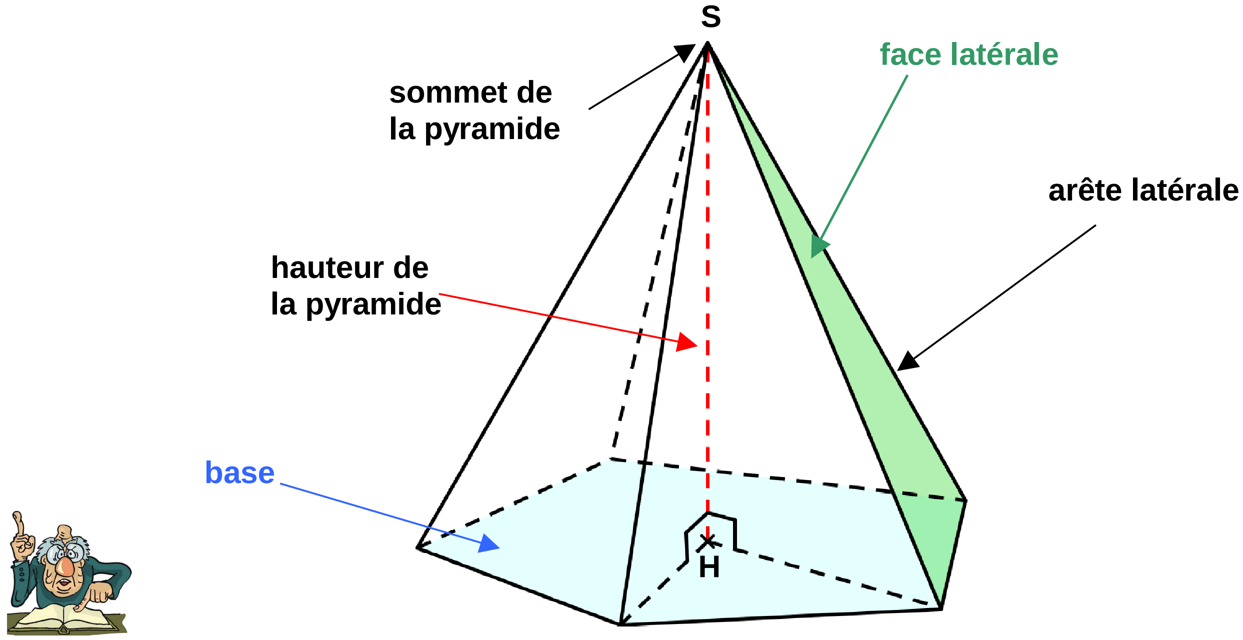
Pyramides – Cônes de révolution

I) Pyramide

définition :
Une **pyramide** est un solide dont :
- une face est un polygone : **la base**
- les autres faces sont des triangles : **les faces latérales**
- les faces latérales ont un point commun : **le sommet de la pyramide**

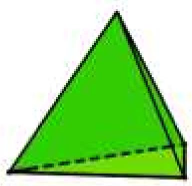


Cette pyramide a **6 sommets**, **6 faces** et **10 arêtes.**
La base **est un pentagone !**
La hauteur **[SH] est perpendiculaire au plan de la base**.

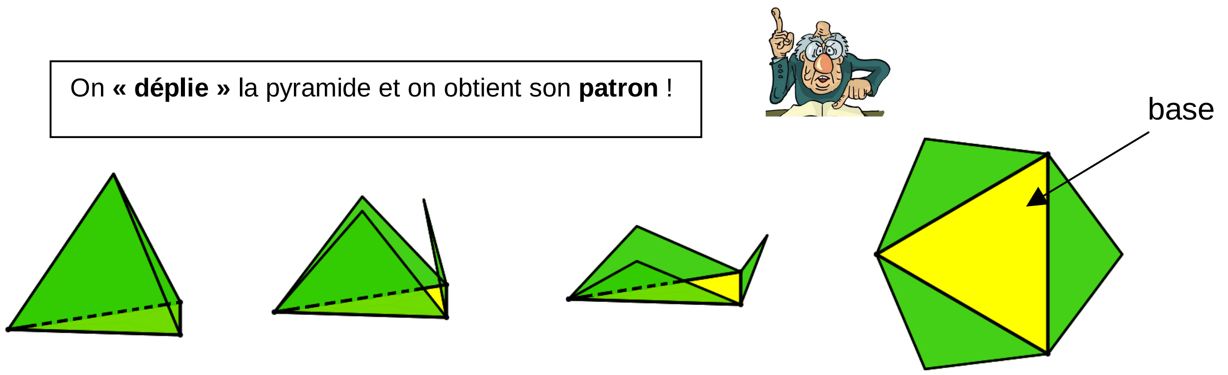
Attention, on peut aussi appeler hauteur **la longueur SH**. Ici, la hauteur de la pyramide est de 6,8 cm

Ex :
Voici une **pyramide à base triangulaire** :

On peut l'appeler aussi **un tétraèdre**



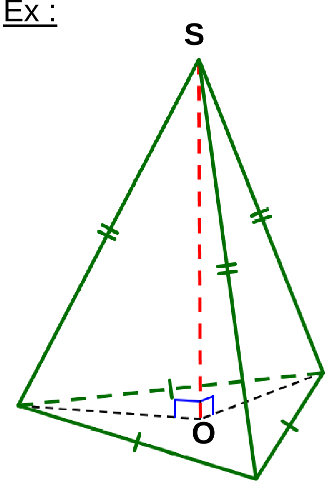
On **« déplie »** la pyramide et on obtient son **patron** !



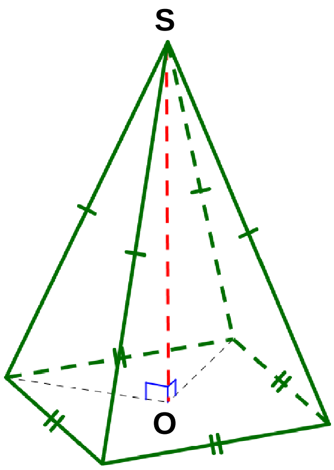
définition :

Une **pyramide régulière** est une pyramide dont **toutes les faces latérales sont des triangles isocèles superposables**

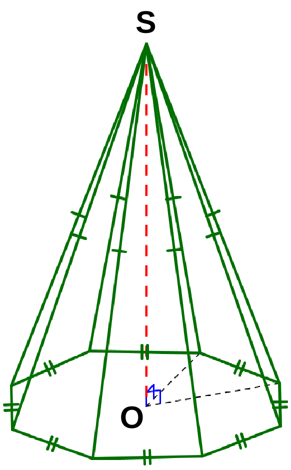
Ex :



pyramide régulière
à **base triangulaire**



pyramide régulière
à **base carrée**

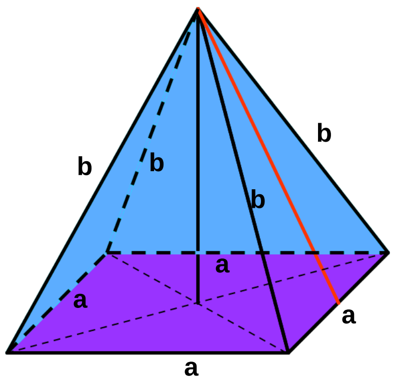


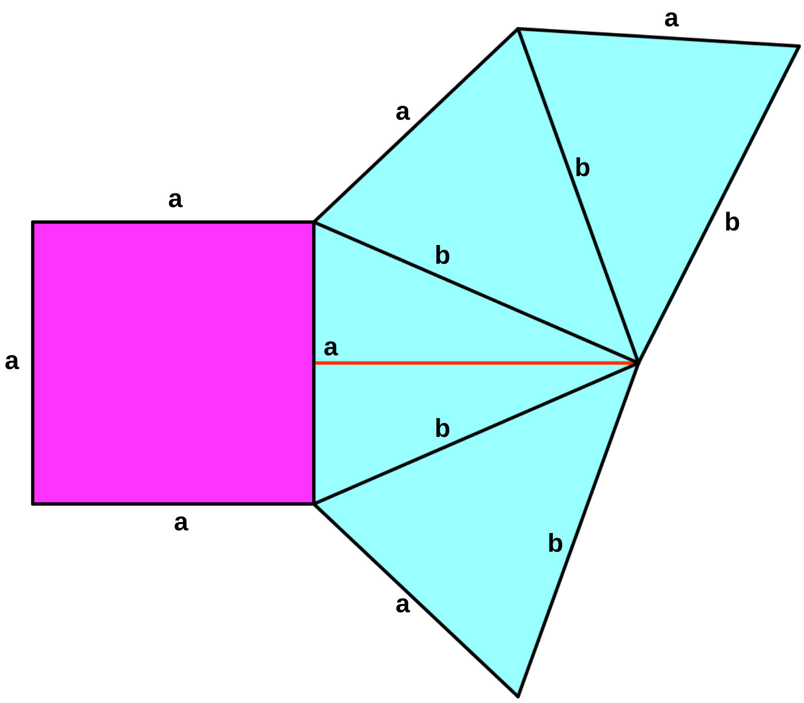
pyramide régulière
à **base octogonale**

O est le **centre des différents polygones** (bases) !

Ex :

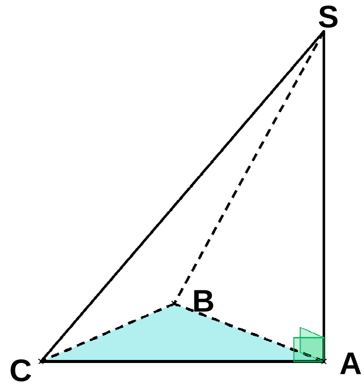
Voici une **pyramide régulière à base carrée et un patron possible** :





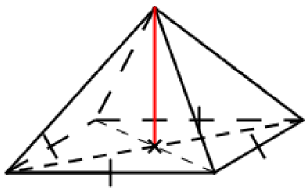
remarques :

► Une pyramide peut avoir sa hauteur confondue avec une arête.
La **hauteur** de la pyramide **ABCS** est son **arête [SA]**

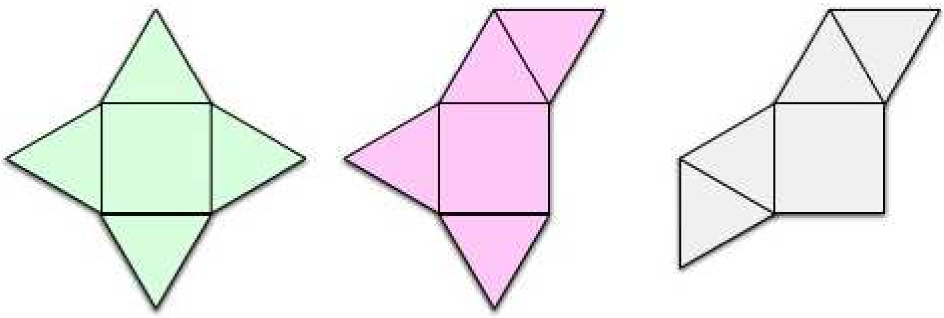


Pour nommer une pyramide à l'aide du nom de ses points, je **nomme ceux de la base puis le sommet** !

► Une pyramide a plusieurs patrons possibles.

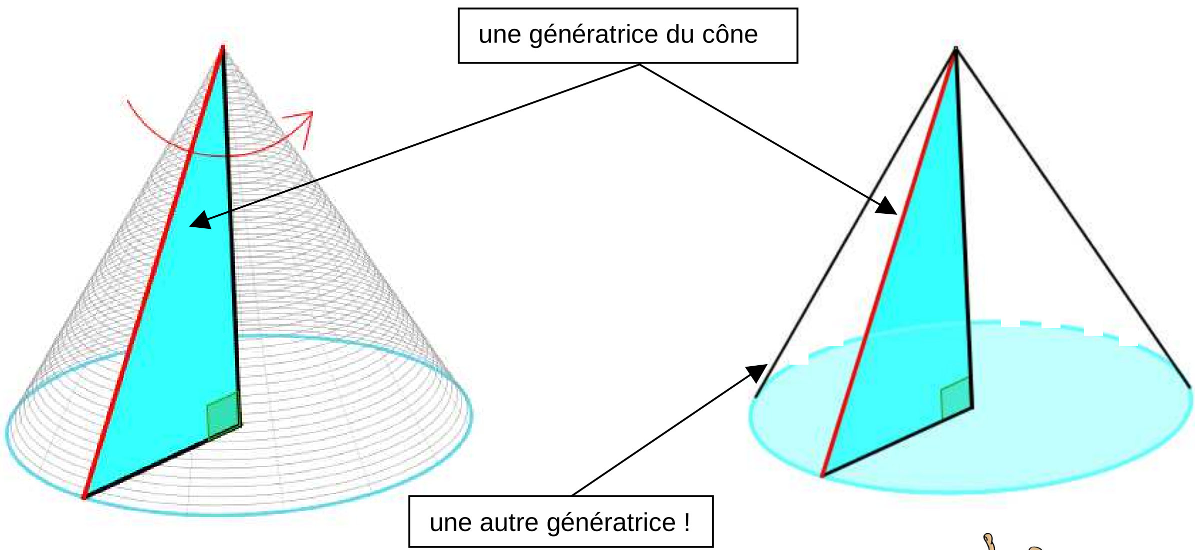


pyramide régulière à base carrée



II) Cône de révolution

définition : un **cône de révolution** est le solide obtenu **en faisant tourner un triangle rectangle** autour d'un de ses côtés droits

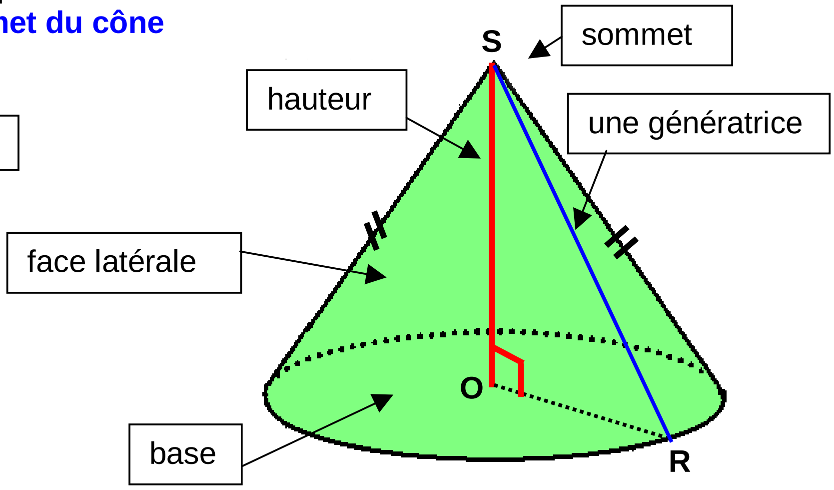


"génératrice" vient du latin "generator" signifiant "celui qui produit" !
En faisant tourner une génératrice, je "produis" le cône !!

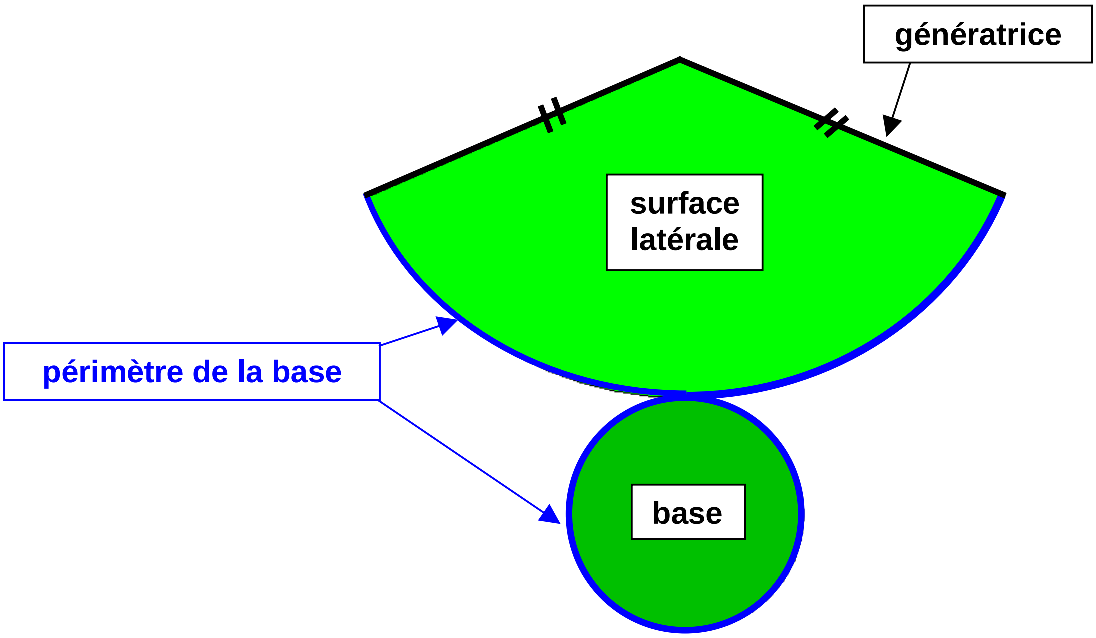
<u>définition :</u> un **cône de révolution** est composé :

- d'un disque :**la base du cône**
- d'une surface courbe appelée **face latérale**
- d'un **point** appelé **sommet du cône**

[OR] est le rayon du disque de base **!**



<u>Patron de cône :</u>



III) <u>Volume d'une pyramide et d'un cône de révolution</u>

<u>définition :</u> le **volume d'une pyramide** ou d'un **cône de révolution** est égal **au tiers du produit de l'aire de la base du solide par la hauteur du solide**

$$V = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$$

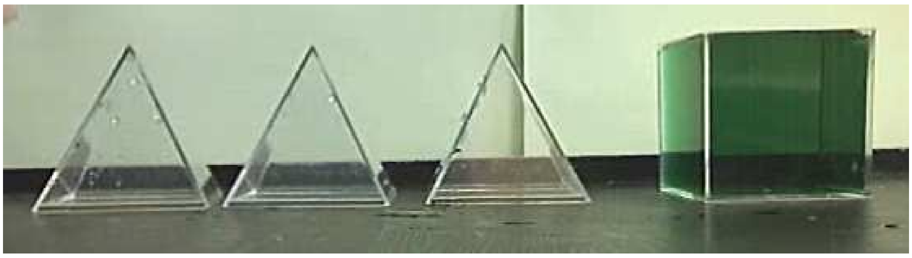
Le volume d'un cône est 3 fois plus petit que le volume d'un cylindre de même base et de même hauteur.

On peut le constater à l'aide d'une expérience !

des cônes et un cylindre ayant les mêmes base et la même hauteur

il faut 3 cônes pour vider le cylindre rempli de mais !!

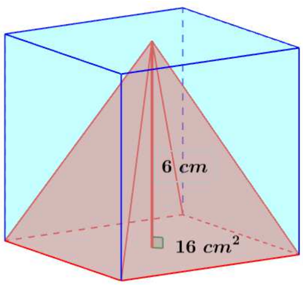
de même avec la pyramide !!



il faut 3 pyramides de même base et de même hauteur que celles de ce pavé droit pour remplir d'eau le pavé droit !!

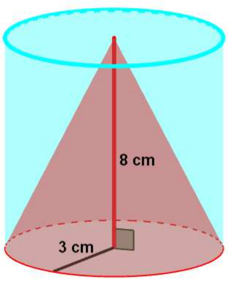
Pas besoin de formules supplémentaires !!

- Le volume d'une **pyramide** est **3 fois plus petit** que celui d'un **pavé droit** de même base et même hauteur. Je calcule le volume d'un pavé droit et je divise par 3 !
- Le volume d'un **cône** est **3 fois plus petit** que celui d'un **cylindre** de même base et même hauteur. Je calcule le volume du cylindre et je divise par 3 !



volume de la pyramide

V = (16 x 6) : 3 = 32 cm^3



volume du cône

a) aire de la base

A = π x 3^2 ≃ 28,27 cm^2

b) volume

$$V \simeq \frac{28{,}27 \times 8}{3} \simeq 75{,}38 \text{ cm}^3$$

Ex :

Calculer le volume d'un cône de révolution de hauteur 5 cm et de rayon 3cm :

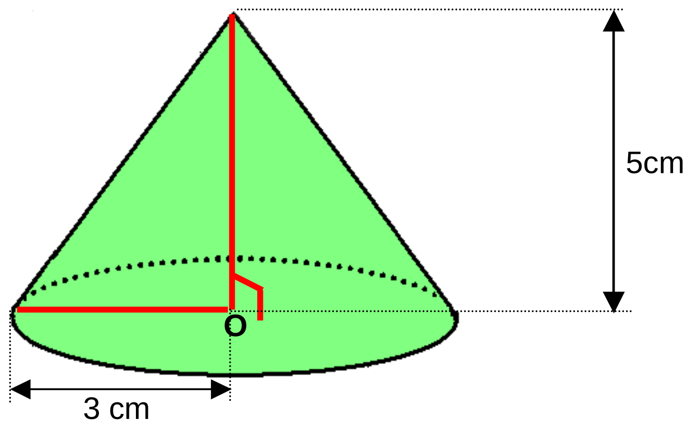
Soient $\mathscr{B}$ l'aire de la base, r le rayon et h la hauteur

On a :

$V = \frac{1}{3} \times \mathscr{B} \times h$

Donc $V = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$

Donc $\mathbf{V} = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 5 \simeq \mathbf{47{,}1\ cm^3}$



Calculer le volume d'une pyramide à base carrée. Le côté de la face carrée a pour longueur 3cm, la hauteur est 7 cm :

Soient $\mathscr{B}$ l'aire de la base, c le côté du carré, h la hauteur

On a :

$V = \frac{1}{3} \times \mathscr{B} \times h$

$V = \frac{1}{3} \times c^2 \times h$

$\mathbf{V} = \frac{1}{3} \times 3^2 \times 7 = \mathbf{21\ cm^3}$