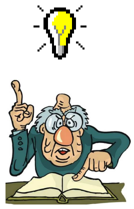
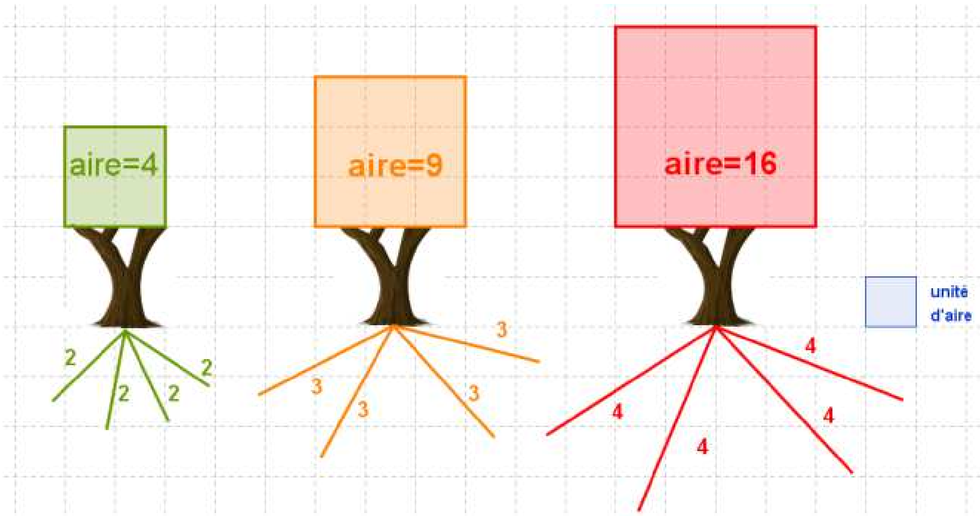
Théorème de Pythagore

I) Racine carrée d'un nombre positif :

Les racines sont à l'origine de l'arbre.
Pour faire **un carré d'aire 9 cm^2**, il faut que je choisisse **un côté de 3 cm de longueur**.
La longueur du côté est la **"racine"** de l'aire du carré.
3 est la racine carrée de 9.





définition : Soit a un nombre positif. La **racine carrée de a** est le **nombre positif** dont **le carré** est égal à **a.** La « **racine carrée** de **a** » se note : $\sqrt{a}$

- $(\sqrt{a})^2 = a$
- $\sqrt{a} \geqslant 0$

Le symbole $\sqrt{\ }$ est appelé **un radical**
"radical" vient du latin radix (racine)

4 est la **racine carrée** de 16. En effet, **4^2 = 4 x 4 = 16** !

Ex :

$\sqrt{0} = 0$ ← $0^2 = 0$

$\sqrt{1} = 1$ ← $1^2 = 1$

$\sqrt{25} = 5$ ← $5^2 = 25$

$\sqrt{169} = 13$ ← $13^2 = 169$

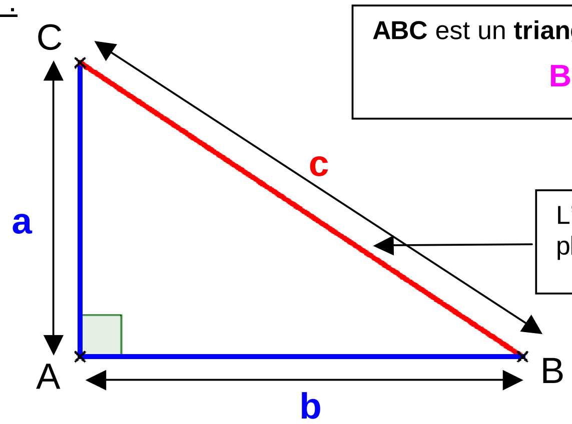
un carré parfait est un nombre dont la racine carrée est un nombre entier. Il est utile de connaître ceux ci-dessous.

carré parfait	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144
racine carrée	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

II) Théorème de Pythagore

propriété : **Théorème de Pythagore**
Si **un triangle est rectangle**, alors **le carré de la longueur de l'hypoténuse** est égal à **la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés**.

Ex :

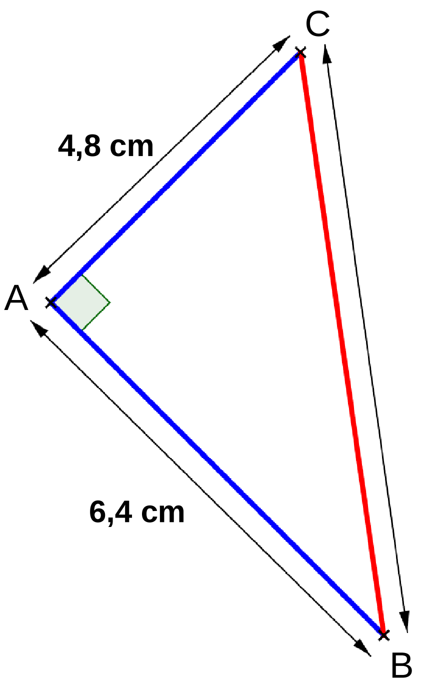


ABC est un **triangle rectangle** en A , il vérifie **l'égalité de Pythagore** :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ **ou** $c^2 = a^2 + b^2$

L' **hypoténuse** est le côté le plus grand du triangle rectangle

Ex : **ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 6,4cm et AC = 4,8 cm.**
Calculer BC.



Calculons BC :

ABC est un triangle rectangle en A

Donc **d'après le théorème de Pythagore**

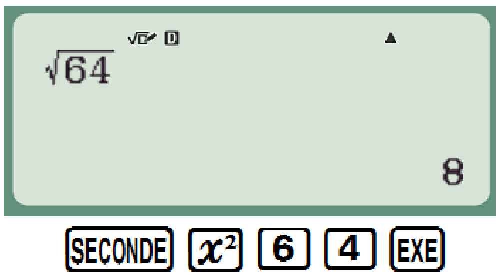
$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 6{,}4^2 + 4{,}8^2 = 64$$

Donc **BC = 8 cm**

Je cherche le nombre qui, élevé au carré, sera égal à 64. Il s'agit de 8. 8 est **la racine carrée** de 64.
Je peux calculer une racine carrée avec ma calculatrice.

TI-collège Plus



Casio fx92 Spéciale Collège

III) Démontrer qu'un triangle est rectangle :

propriété : Réciproque du théorème de Pythagore
Si **le carré de la longueur du plus grand côté** d'un triangle est égal à **la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés**, alors **ce triangle est rectangle**.

Pour déterminer si un triangle est rectangle :
- on calcule le carré de la longueur du plus grand côté
- on calcule la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés

► Si les 2 nombres sont égaux, l 'égalité de Pythagore est vraie, donc le triangle est rectangle.
► Si l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée, le triangle n'est pas rectangle.

Ex : **Un triangle OUV est tel que OU = 8,9cm, OV = 3,9 cm, UV = 8cm.
OUV est-il un triangle rectangle ?**

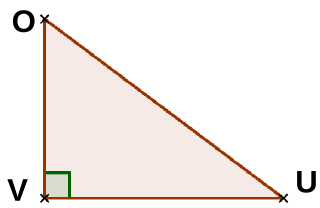
Le côté le plus long est [OU] ← Pour pouvoir vérifier l'égalité de Pythagore, il faut que je connaisse le côté le plus long !!

On a $\mathbf{OU^2} = 8{,}9^2 = 79{,}21$
D'autre part, $\mathbf{OV^2 + UV^2} = 3{,}9^2 + 8^2 = 79{,}21$

Donc $\mathbf{OV^2 + UV^2 = OU^2}$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore,
le triangle OUV est rectangle en V.

Il est **rectangle en V** puisque **[OU] est l'hypoténuse** (le plus grand côté !)



IV) Démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle :

propriété : Si **l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée** dans un triangle alors **ce triangle n'est pas rectangle**.

Ex : **Un triangle MNP est tel que MN = 7cm, MP = 5cm, NP= 6cm.
MNP est-il un triangle rectangle ?**

Le côté le plus long est [MN]

On a $\mathbf{MN^2} = 49$
D'autre part, $\mathbf{MP^2 + NP^2} = 25 + 36 = 61$

Donc $\mathbf{MP^2 + NP^2 \neq MN^2}$

L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée donc **le triangle n'est pas rectangle**.