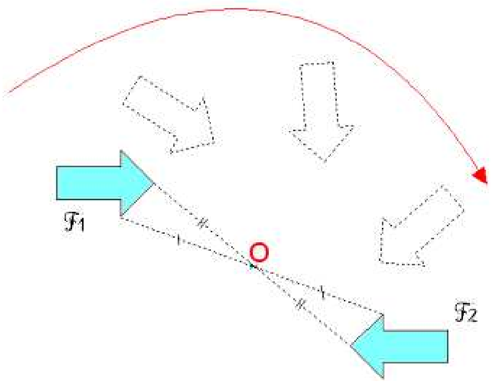
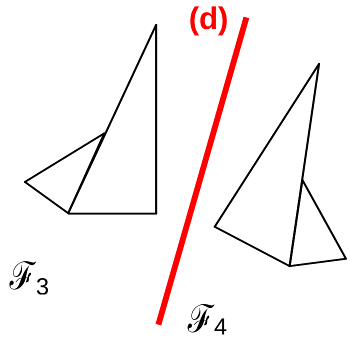
Transformations du plan : la translation et la rotation

Notion de transformation du plan



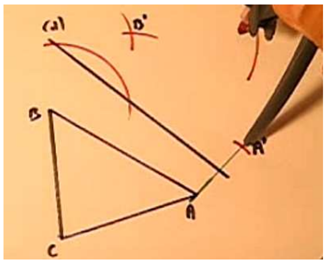


$\mathcal{F}_2$ est la figure **symétrique** de $\mathcal{F}_1$ **par rapport au point O.**
La **symétrie centrale** de centre O **transforme** $\mathcal{F}_1$ en $\mathcal{F}_2$

$\mathcal{F}_4$ est la figure **symétrique** de $\mathcal{F}_3$ **par rapport à (d)**.
La **symétrie axiale** d'axe (d) **transforme** $\mathcal{F}_3$ en $\mathcal{F}_4$

Ces deux transformations sont effectuées dans un même plan.

On trace le symétrique d'une figure sur la même feuille de papier !
On travaille sur la même surface plane, dans le même plan !

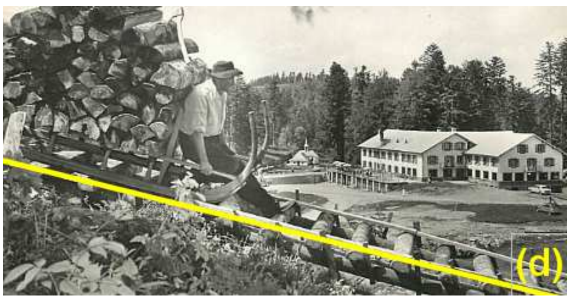


La symétrie axiale et la symétrie centrale sont **deux transformations du plan**.

I) La translation : une transformation du plan

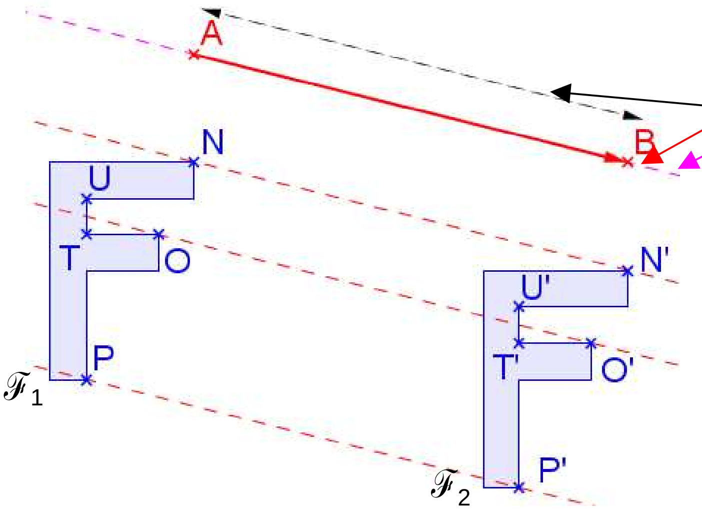
translation vient du latin "**translatio**" signifiant "action de transporter". Nous allons transporter une figure, la déplacer à l'aide de la translation !

définition : **une translation** est un déplacement consistant **à faire glisser** une figure ou un point **parallèlement à une droite**.



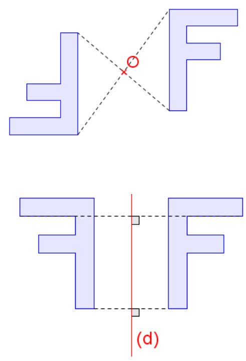
Cette "schlitte" permettant le transport du bois dans l'ancien temps dans les Vosges a un mouvement de translation.
Elle se déplace parallèlement à la droite (d) !

Ex : La figure $\mathscr{F}_2$ **est l'image** de la figure $\mathscr{F}_1$ par **la translation qui transforme A en B**.



je peux symboliser la translation par une flèche indiquant :
- le sens du déplacement
- la direction du déplacement
- la longueur du déplacement

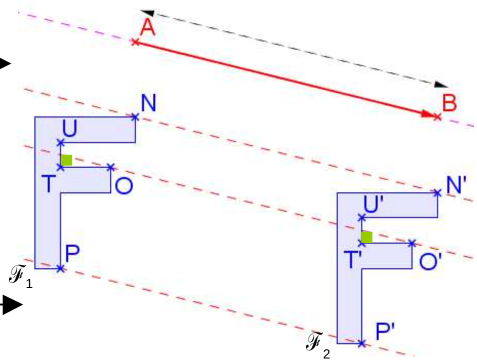
La translation ne déforme pas la figure. Il n'y a pas de changement d'orientation de la figure comme c'était le cas avec les symétries !!



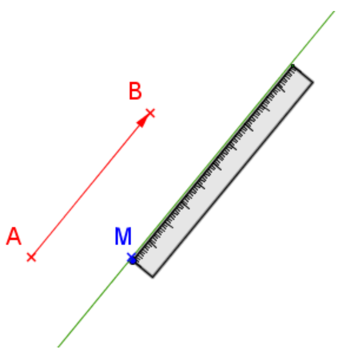
Cette translation transforme U en U', T en T', N en N', O en O', P en P'
Les droites (NN'), (PP'), (OO'), (AB) sont parallèles.

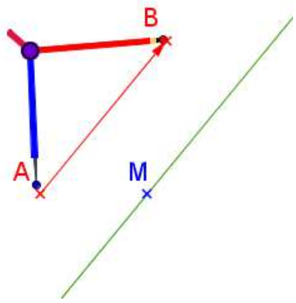
propriétés : Une translation **conserve** :

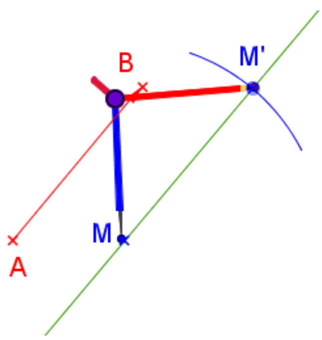
- **l'alignement** : U, T, P sont **alignés**; U', T', P' sont également **alignés**.
- **les longueurs** : **NN' = TT' = OO' = UU' = PP'**
- **les angles** : **$\widehat{UTO} = \widehat{U'T'O'} = 90°$**
- **les aires** : les deux figures sont **superposables**, les aires des figures sont égales.



construction :
Construisons le point M', image de M par la translation transformant A en B.







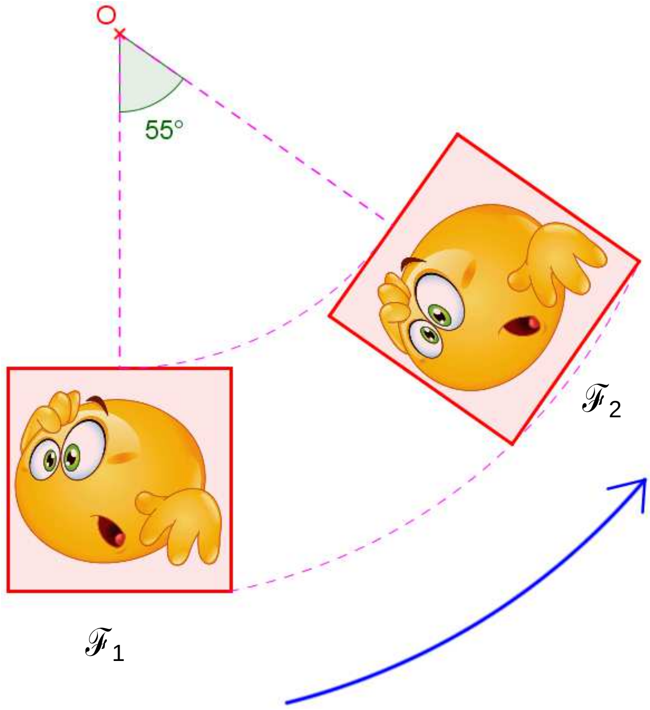
on trace la droite parallèle à (AB) passant par M

avec un compas, on reporte la distance AB sur la droite à partir de M et dans le sens de la flèche allant de A à B.

II) La rotation : une transformation du plan

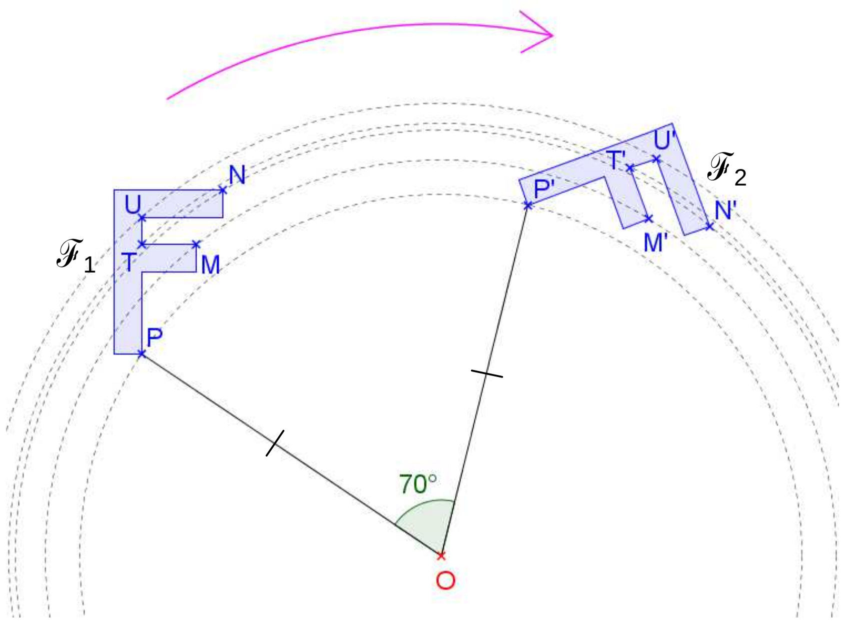
rotation vient du latin "**rotatio**" signifiant "action de faire tourner".

définition : **une rotation** est un déplacement permettant de **faire tourner un point ou une figure d'un certain angle autour d'un point O**



la figure $\mathscr{F}_2$ est l'image de $\mathscr{F}_1$ par la rotation de centre **O**, d'angle **55°** dans le sens indiqué par la flèche (sens contraire à celui des aiguilles d'une montre).

Ex : **La figure $\mathscr{F}_2$** est l'image **de la figure $\mathscr{F}_1$ par la rotation de centre O** et **d'angle 70° dans le sens des aiguilles d'une montre**.

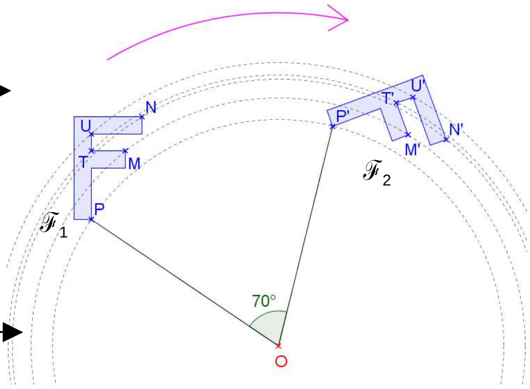


Cette rotation transforme U en U', T en T', N en N', M en M', P en P'

- OP = OP' et $\widehat{POP'}$ = 70°
- OT = OT' et $\widehat{TOT'}$ = 70°
- OM = OM' et $\widehat{MOM'}$ = 70°
- OU = OU' et $\widehat{UOU'}$ = 70°
- ON = ON' et $\widehat{NON'}$ = 70°

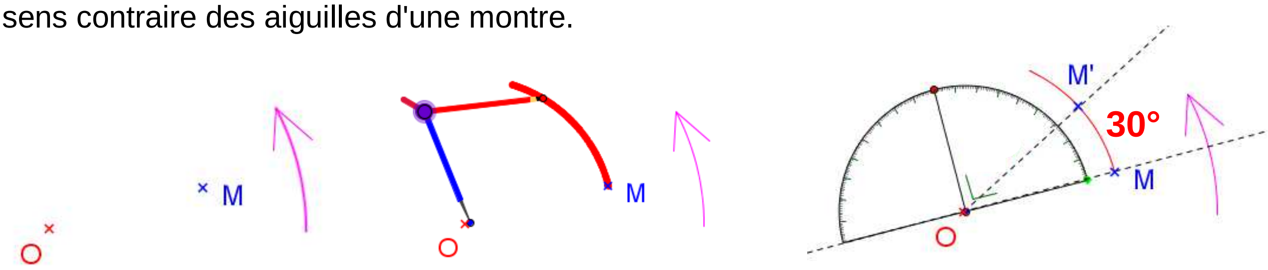
propriétés : Une rotation **conserve** :

- **l'alignement** : U, T, P sont **alignés**; U', T', P' sont également **alignés**.
- **les longueurs** : **NN' = TT' = MM' = UU' = PP'**
- **les angles** : $\widehat{UTM} = \widehat{U'T'M'} = 90°$
- **les aires** : les deux figures sont **superposables**, les aires des figures sont égales.



construction :

Construisons le point M', image de M par la rotation de centre O, d'angle 30° dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.



On trace un arc de cercle partant de M dans le sens indiqué par la flèche.

→

Avec un rapporteur et un règle, on trace une demi-droite d'origine O faisant un angle de 30° avec la droite (OM) dans le sens de la flèche.
M' est le point d'intersection de l'arc de cercle et de la demi-droite.