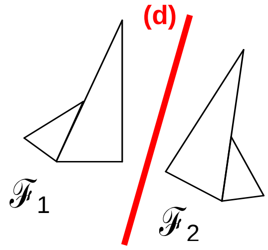
Symétrie centrale
(symétrie par rapport à un point)

Rappel sur la symétrie axiale :

définition : Deux figures sont **symétriques par rapport à une droite (d)** si ces deux figures **se superposent** par pliage le long de cette droite. Cette **droite** est appelée l'**axe de la symétrie**.

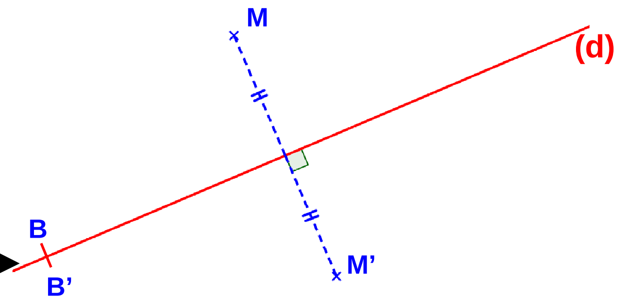
►la figure $\mathscr{F}_1$ est le symétrique de la figure $\mathscr{F}_2$ par rapport à (d)

►les figures $\mathscr{F}_1$ et $\mathscr{F}_2$ sont symétriques par rapport à la droite (d)



définition : Le symétrique d'un point **M par rapport à une droite d** est le point **M'** tel que **la droite d est la médiatrice du segment [MM']**

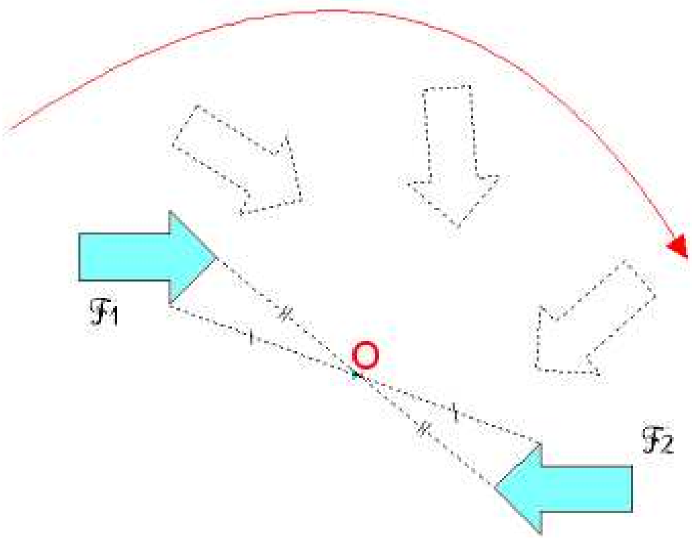
B appartient à la droite (d), son **symétrique B' est** le point B **lui même !**



I) Figures symétriques :

définition :

Dire que **deux figures $\mathscr{F}_1$ et $\mathscr{F}_2$** sont **symétriques par rapport à un point O** signifie que $\mathscr{F}_1$ et $\mathscr{F}_2$ se superposent par un **demi-tour autour de O**.
Ce point **O** est appelé **le centre de la symétrie centrale**.



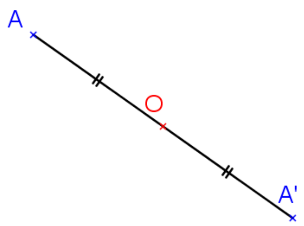
O est le **milieu** de tous les segments joignant 2 points symétriques.

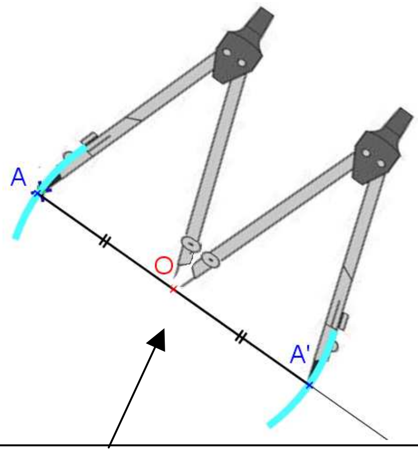
►la figure $\mathscr{F}_1$ est le symétrique de la figure $\mathscr{F}_2$ par rapport à O

►les figures $\mathscr{F}_1$ et $\mathscr{F}_2$ sont symétriques par rapport à O

II) Symétrique d’un point :

définition :
Le **symétrique d’un point A** par rapport à un point O **est le point A’** tel que **O soit le milieu du segment [AA’]**





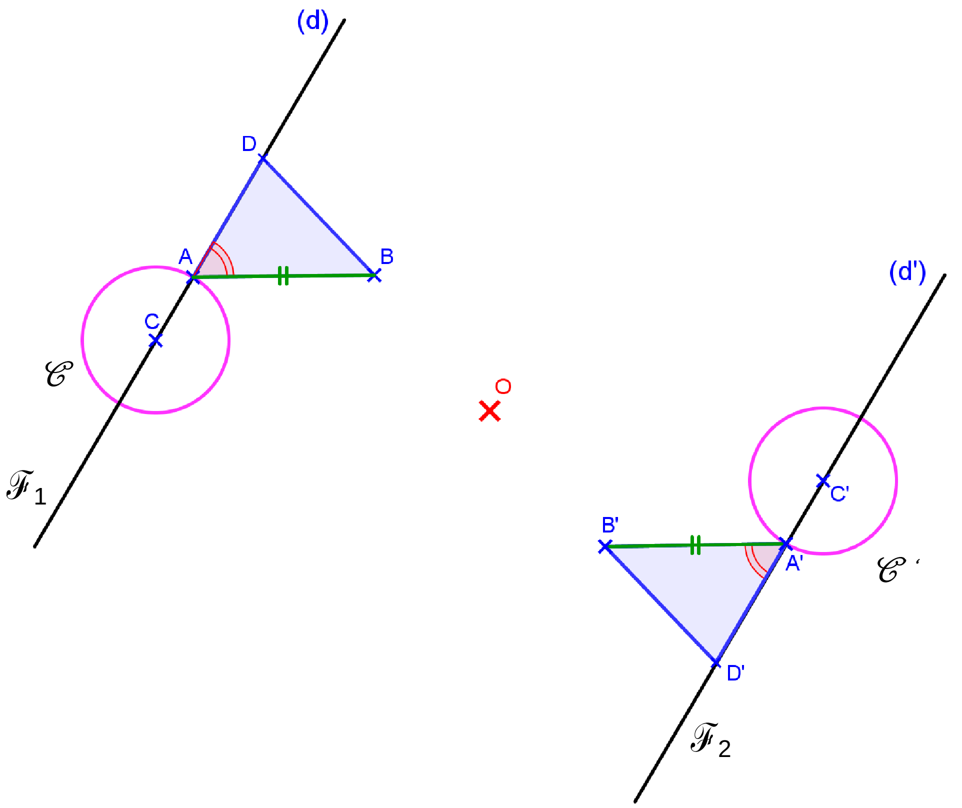
Le symétrique de O par rapport à O est lui même !

construction du symétrique A' de A par rapport à O

- je trace une demi-droite [AO)
- je fixe l'écartement du compas à AO
- je reporte la distance à l'aide du compas à partir de O de l'autre côté de O
- A' est le point d'intersection entre l'arc de cercle tracé et la demi-droite

II) Propriétés de la symétrie centrale:

Les deux figures $\mathscr{F}_1$ et $\mathscr{F}_2$ ci-dessous sont symétriques par rapport au point O.



A', B', C', D' désignent respectivement les symétriques des points A, B, C, D par rapport à O.

propriété :

- Si **trois points sont alignés**, alors **leurs symétriques** par rapport à un point **sont également alignés**.

Dans l'exemple ci-dessus :

- D, A, C sont alignés, D', A', C' le sont également

propriété :

- Le **symétrique d'une droite** par rapport à un point est **une droite** qui lui est **parallèle**.

Dans l'exemple ci-dessus :

- (d) // (d') (on dit que les deux droites ont **la même direction**)

propriété :

- Le **symétrique d'un segment** par rapport à un point est **un segment** qui lui est **parallèle** et **de même longueur**.

Dans l'exemple ci-dessus :

- [AB] // [A'B']
- AB = A'B'

propriété :

- Si **deux angles** sont **symétriques par rapport à un point**, alors ils **ont la même mesure**.

Dans l'exemple ci-dessus :

- $\widehat{DAB} = \widehat{D'A'B'}$

propriété :

- Deux figures symétriques par rapport à un point sont **superposables**.

La **symétrie centrale conserve** les **formes**, les **longueurs**, les **périmètres**, les **aires**.

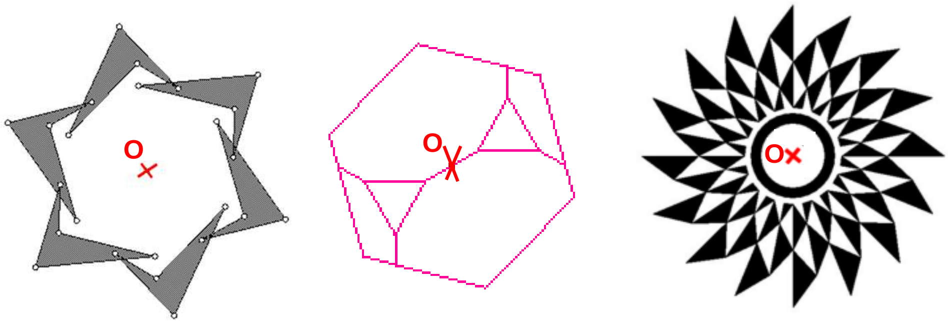
Dans l'exemple ci-dessus :

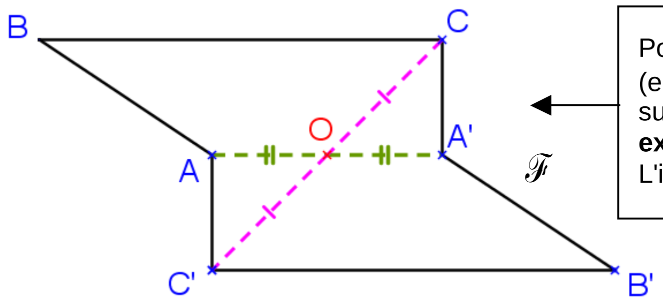
- AB = A'B'
- Les périmètres des triangles ADB et A'B'D' sont égaux
- L'aire des triangles ADB et A'B'D' est identique

III) Centre de symétrie d'une figure :

définition : Un point O est le **centre de symétrie** d'une figure $\mathscr{F}$ si **la figure symétrique de** $\mathscr{F}$ par rapport à O est **la figure** $\mathscr{F}$ **elle-même**.

Exemples :





Pour trouver le centre de symétrie de la figure $\mathscr{F}$ (en supposant qu'elle admet un centre symétrie), il suffit de **tracer deux segments dont les extrémités sont des points symétriques**. L'intersection des deux segments sera le point O !