

Proportionnalité

I) Notion de proportionnalité :

- Chez le boulanger :

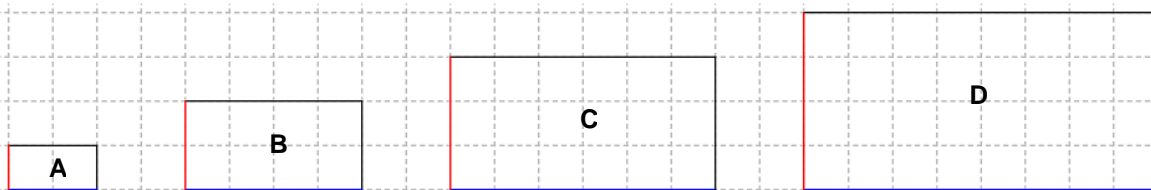
« J'achète 4 baguettes, je paie 3,60 €. Si j'en prends 8, je paierai 7,20 €. »

Cette situation est **proportionnelle**.

« Si j'achète **deux fois plus** de baguettes, je paie **deux fois plus**. »

Le **prix à payer** est **proportionnel** au **nombre de baguettes**.

- En géométrie : Observons ces quatre rectangles.



« Quand la largeur devient **deux fois plus grande**, la longueur devient également **deux fois plus grande** ! »

Les **largeurs** et les **longueurs** de ces 4 rectangles sont proportionnelles

« La largeur du rectangle C est **3 fois plus** grande que celle du rectangle A. La longueur de C est aussi **3 fois plus** grande que celle de A. La situation est proportionnelle ! Les longueurs des rectangles sont proportionnelles aux largeurs ! »



II) Proportionnalité :

définition : **Deux grandeurs** sont **proportionnelles** si les valeurs de l'une s'obtiennent **en multipliant (ou en divisant)** par **un même nombre** les valeurs de l'autre.

Ex : Dans notre première situation, chez le boulanger, les **deux grandeurs** sont le **nombre de baguettes** et le **prix à payer**

: 0,9	Nombre de baguettes	1	3	5	7	X 0,9
	Prix (€)	0,90	2,70	4,5	6,30	

Le **prix à payer** est **proportionnel** au **nombre de baguettes**. La situation est **proportionnelle**. Le tableau est **un tableau de proportionnalité**.

0,9 est le **coefficient de proportionnalité**.

III) Résoudre un problème de proportionnalité :

- Chez le pâtissier :

Ex : Il faut 150 grammes de farine pour réaliser un gâteau pour 4 personnes.
Quelle sera la quantité de farine nécessaire pour un gâteau destiné à 5 personnes ?

Si le gâteau est pour deux fois plus de personnes, il faudra deux fois plus de farine !
La situation est proportionnelle.



Voilà **la première chose** à écrire. Il faut signaler que la situation est proportionnelle !

On peut alors utiliser différentes méthodes pour résoudre le problème :

Méthode 1 : on utilise le **coefficient de proportionnalité**

Quantité de farine (en grammes)	150
Nombre de personnes	4	5

X

Calculons le coefficient de proportionnalité :

$$150 : 4 = \mathbf{37,5}$$

le coefficient de proportionnalité est 37,5 !



Calculons la quantité de farine nécessaire pour un gâteau de 5 personnes :

$$5 \times \mathbf{37,5} = \mathbf{187,5 \text{ g}}$$

La quantité de farine nécessaire est **187,5 g**.

Méthode 2 : on utilise le **passage à l'unité**

Pour faire un gâteau à **4 personnes**, il faut **150g** de farine

on dit aussi le « la règle de **trois** »
(le procédé se déroule en **trois** étapes)

Pour faire un gâteau à **1 personne** il en faut **4 fois moins** soit $\frac{150}{4} = \mathbf{37,5 \text{ g}}$



Pour faire un gâteau à **5 personnes**, il faut $\mathbf{5 \times 37,5 = 187,5 \text{ g}}$

La quantité de farine nécessaire est **187,5 g**.

Méthode 3 : on utilise le **tableau de proportionnalité** « horizontalement ».

a) multiplication d'une quantité par un nombre :

Quantité de farine (en grammes)	150
Nombre de personnes	4	5

Calculons le coefficient permettant de passer de 4 personnes à 5 personnes :

$$5 : 4 = \mathbf{1,25}$$

Calculons la quantité de farine nécessaire pour un gâteau de 5 personnes :

Il y a **1,25 fois plus** de personnes donc il faut **1,25 fois plus** de farine donc,

$$150 \times 1,25 = \mathbf{187,5 \text{ g}}$$

La quantité de farine nécessaire est **187,5 g**.

b) additivité de la proportionnalité :

Quantité de farine (en grammes)	150	187,5
Nombre de personnes	4	5	9

Quand les valeurs du tableau s'y prêtent, on peut utiliser l'addition.

Dans un tableau de proportionnalité, la somme des valeurs de deux grandeurs d'une rangée est égale à la somme des grandeurs correspondantes sur l'autre rangée.

Calculons la quantité de farine nécessaire pour un gâteau de 9 personnes :

On sait que pour **4** personnes, il faut 150g et que pour **5** personnes il faut 187,5 g.

Or, $9 = 4 + 5$.

Pour déterminer la quantité de farine nécessaire pour un gâteau de 9 personnes, on effectue donc :

$$150 + 187,5 = \mathbf{337,5 \text{ g}}$$

La quantité de farine nécessaire est **337,5 g**

IV) Pourcentage :

Chez le crémier :

« J'achète un yaourt à **20%** (**vingt** pour **cent**) de matière grasse ».

Cela signifie que dans **100g** de ce yaourt, il y a **20g** de matière grasse.

La quantité de matière grasse est proportionnelle à la quantité de yaourt



Le **taux de pourcentage** est 20% ou $\frac{20}{100}$

propriété : Appliquer un **taux de pourcentage** à un nombre, c'est **multiplier** ce nombre par le **taux de pourcentage**

Ex : Calculons la quantité de matière grasse dans un pot de 125 g ?

On applique le taux de pourcentage : $125 \times \frac{20}{100} = 125 \times 0,2 = 25$ g

Prendre **50%** d'une quantité, c'est en prendre **la moitié**. (on divise par 2)
Prendre **25%** d'une quantité, c'est en prendre **le quart**. (on divise par 4)
Prendre **10%** d'une quantité, c'est en prendre **le dixième**. (on divise par 10)
Ex : Calculons 25% de 28 € : $28 : 4 = 7$ €

