

Proportionnalité

I) Notion de proportionnalité :

- Chez le boulanger :

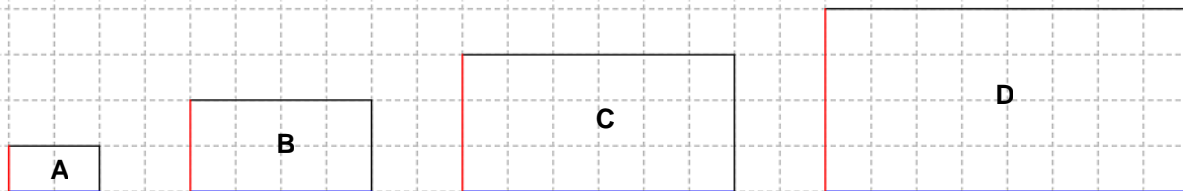
« J'achète 4 baguettes, je paie 3,60 €. Si j'en prends 8, je paierai 7,20 €.»

Cette situation est **proportionnelle**.

« Si j'achète **deux fois plus** de baguettes, je paie **deux fois plus**. »

Le **prix à payer** est **proportionnel** au **nombre de baguettes**.

- En géométrie : Observons ces quatre rectangles.



« Quand la largeur devient **deux fois plus grande**, la longueur devient également **deux fois plus grande** ! »

Les **largeurs** et les **longueurs** de ces 4 rectangles sont proportionnelles

« La largeur du rectangle C est **3 fois plus** grande que celle du rectangle A. La longueur de C est aussi **3 fois plus** grande que celle de A. La situation est proportionnelle ! Les longueurs des rectangles sont proportionnelles aux largeurs ! »



II) Proportionnalité :

Définition : Deux grandeurs sont **proportionnelles** si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant (ou en divisant) par un même nombre les valeurs de l'autre.

Ex : chez le boulanger, les **deux grandeurs** sont le **nombre de baguettes** et le **prix à payer**

: 0,9	nombre de baguettes	1	3	5	7	X 0,9
	Prix (€)	0,90	2,70	4,5	6,30	

Le **prix à payer** est **proportionnel** au **nombre de baguettes**. La situation est **proportionnelle**. Le tableau est **un tableau de proportionnalité**.

0,9 est le **coefficient de proportionnalité**.

III) Résoudre un problème de proportionnalité :

- Chez le pâtissier :

Ex : Il faut 150 grammes de farine pour réaliser un gâteau pour 4 personnes.
Quelle sera la quantité de farine nécessaire pour un gâteau destiné à 5 personnes ?

Si le gâteau est pour deux fois plus de personnes, il faudra deux fois plus de farine !

La situation est proportionnelle.



« Voilà **la première chose** à écrire. Il faut signaler que la situation est proportionnelle ! »

On peut alors utiliser différentes méthodes pour résoudre le problème :

Méthode 1 : on utilise le **coefficient de proportionnalité**

Quantité de farine (en grammes)	150
Nombre de personnes	4	5

X

Calculons le coefficient de proportionnalité :

$$150 : 4 = \mathbf{37,5}$$

« le coefficient de proportionnalité est 37,5 ! »



Calculons la quantité de farine nécessaire pour un gâteau de 5 personnes :

$$5 \times 37,5 = \mathbf{187,5 \text{ g}}$$

La quantité de farine nécessaire est **187,5 g**.

Méthode 2 : on utilise « la règle de trois »

Pour faire un gâteau à **4 personnes**, il faut **150g** de farine

« on dit aussi le **passage à l'unité** ! »

Pour faire un gâteau à **1 personne** il en faut **4 fois moins** soit $\frac{150}{4} = \mathbf{37,5 \text{ g}}$

Pour faire un gâteau à **5 personnes**, il faut **5 x 37,5 = 187,5 g**

La quantité de farine nécessaire est **187,5 g**.

Méthode 3 : on utilise le **tableau de proportionnalité** « horizontalement ».

Quantité de farine (en grammes)	150
Nombre de personnes	4	5

X

Calculons le coefficient permettant de passer de 4 personnes à 5 personnes :
 $5 : 4 = \mathbf{1,25}$

Calculons la quantité de farine nécessaire pour un gâteau de 5 personnes :

Il y a **1,25 fois plus** de personnes donc il faut **1,25 fois plus** de farine donc,

$$150 \times 1,25 = \mathbf{187,5 \text{ g}}$$

La quantité de farine nécessaire est **187,5 g**.

III) Pourcentage :

Chez le crémier :

« J'achète un yaourt à **20%** (vingt pour cent) de matière grasse ».
Cela signifie que dans **100g** de ce yaourt, il y a **20g** de matière grasse.

« La quantité de matière grasse est proportionnelle à la quantité de yaourt ! »



Le taux de pourcentage est 20% ou $\frac{20}{100}$

Propriété : Appliquer un **taux de pourcentage** à un nombre, c'est **multiplier** ce nombre par le **taux de pourcentage**

Ex : Calculons la quantité de matière grasse dans un pot de 125 g ?

$$\text{On applique le taux de pourcentage : } 125 \times \frac{20}{100} = 125 \times 0,2 = 25 \text{ g}$$

Prendre **50%** d'une quantité, c'est en prendre **la moitié**. (on divise par 2)
Prendre **25%** d'une quantité, c'est en prendre **le quart**. (on divise par 4)
Prendre **10%** d'une quantité, c'est en prendre **le dixième**. (on divise par 10)
Ex : Calculons 25% de 28 € : $28 : 4 = 7 \text{ €}$

