

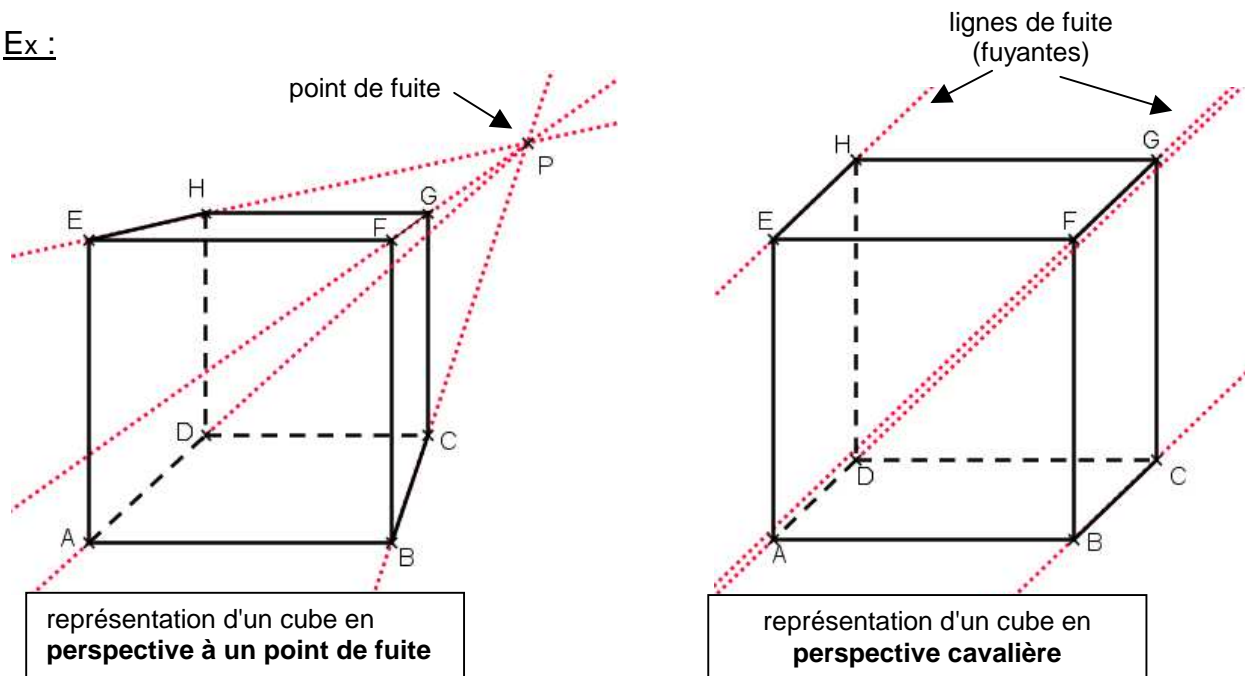
Géométrie dans l'espace

I) La perspective cavalière :

a) notion de perspective :

La perspective est une technique de représentation des solides sur une surface plane.

Ex :



la perspective cavalière donne une meilleure idée de la forme réelle du cube dans l'espace!



b) perspective cavalière :

règles de construction d'un solide en perspective cavalière :

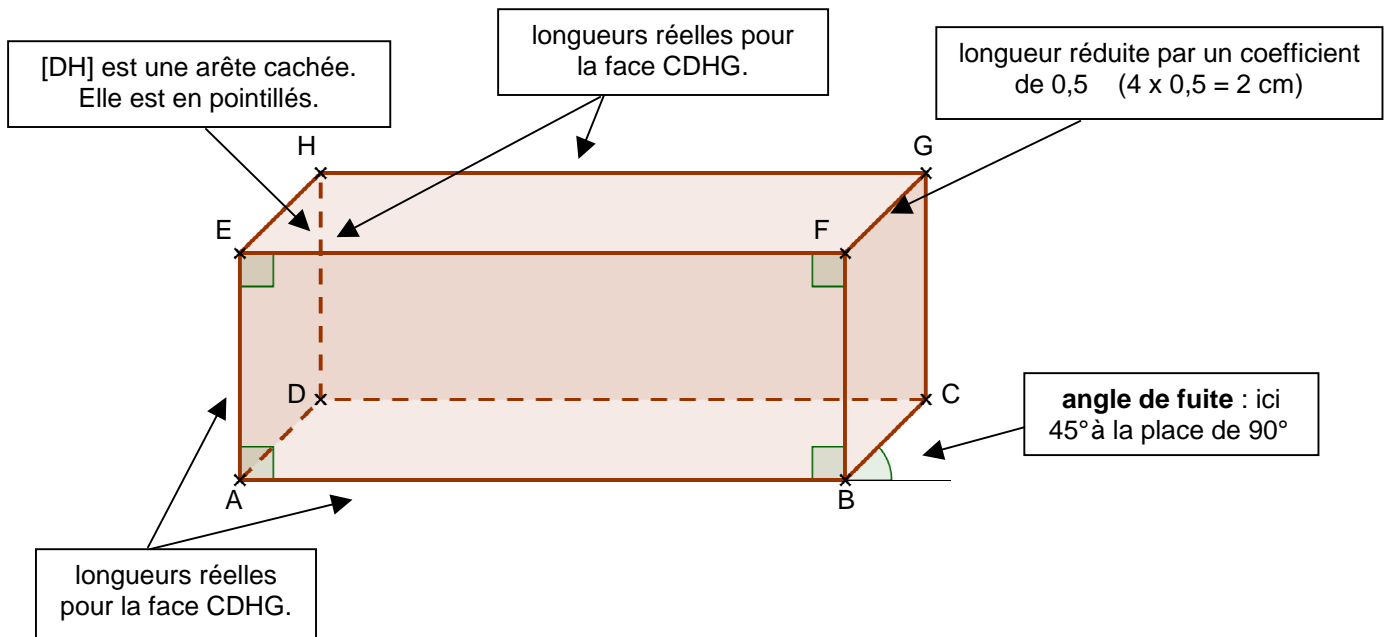
- ▶ les éléments **cachés** sont tracés **en pointillés**, les éléments visibles sont en trait plein.
- ▶ les éléments situés dans **un plan vu de face (frontal)** sont représentés **en vraie grandeur**.
- ▶ les **droites perpendiculaires au plan frontal** sont représentées par des droites parallèles **formant un angle (de fuite) avec l'horizontale**.
- ▶ **les longueurs représentées dans la direction des fuyantes** ne sont pas les longueurs réelles (**on les réduit par un coefficient de réduction en général 0,5 ou 0,7**).

propriétés :

- ▶ deux **droites parallèles** sont représentées par deux droites **parallèles**.
- ▶ deux **droites sécantes** sont représentées par deux droites **sécantes**.
- ▶ des **points alignés** sont représentés par des points **alignés**.
- ▶ les **milieux de segments** sont **conservés**.

Ex : Représentation en perspective cavalière d'un parallépipède rectangle

ABCDEFGH tel que $AB = 8\text{cm}$ $BF = 4\text{cm}$ $EH = 3\text{cm}$



II) Positions relatives de droites et plans :

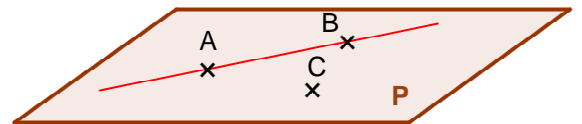
rappel : On peut imaginer un plan comme une feuille d'épaisseur nulle qui s'étend à l'infini. Nous représenterons dans l'espace un plan P ainsi :



a) règles d'incidence (*admisses*) :

- Dans chaque plan de l'espace, on peut appliquer **tous les théorèmes de géométrie plane** (Pythagore, Thalès, etc..)
- Par **deux points distincts** de l'espace passe **une droite et une seule notée (AB)**
- Par **trois points non alignés A, B, C** il passe un **unique plan noté (ABC)**
- Si deux points distincts **A et B** appartiennent à un plan P alors la droite **(AB)** est contenue dans le plan P.

(AB) est la droite unique passant par A et B !
Le plan P peut également être nommé (ABC) !



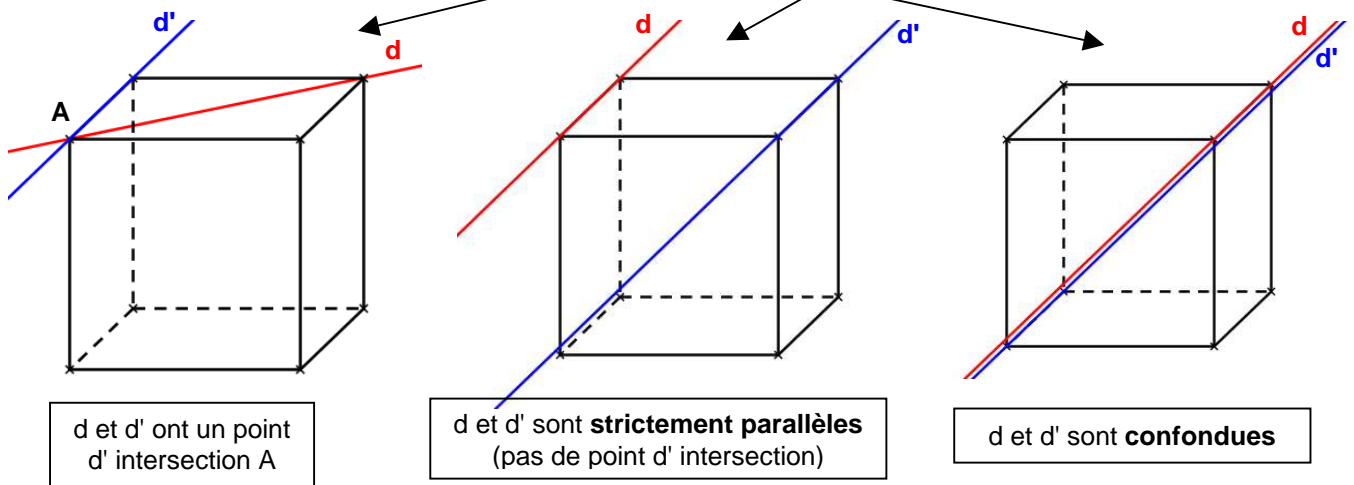
b) positions relatives de deux droites :

propriété (admise) :

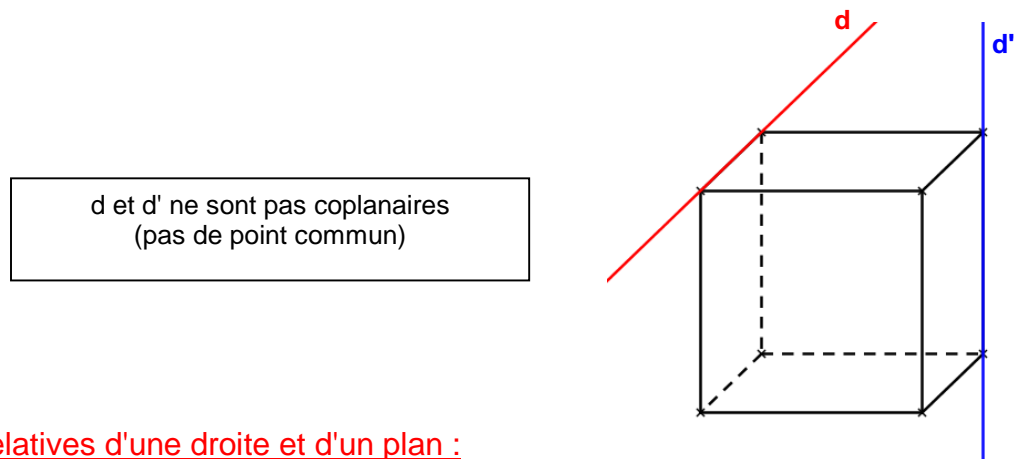
Dans l'espace, deux droites sont :

- soit **coplanaires** (elles sont contenues **dans un même plan**)

Les deux droites peuvent être alors **sécantes** ou **parallèles**.



- soit **non coplanaires** (elles ne **pas** contenues **dans le même plan**)



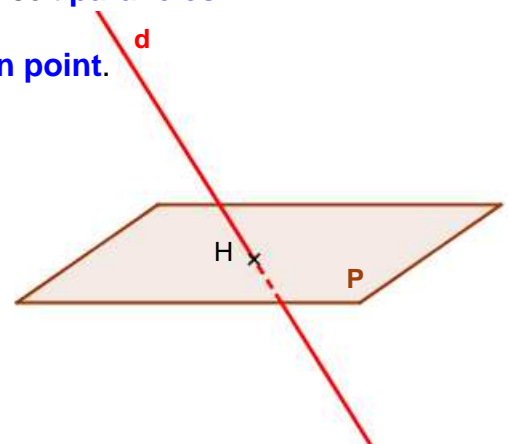
c) positions relatives d'une droite et d'un plan :

propriété (admise) :

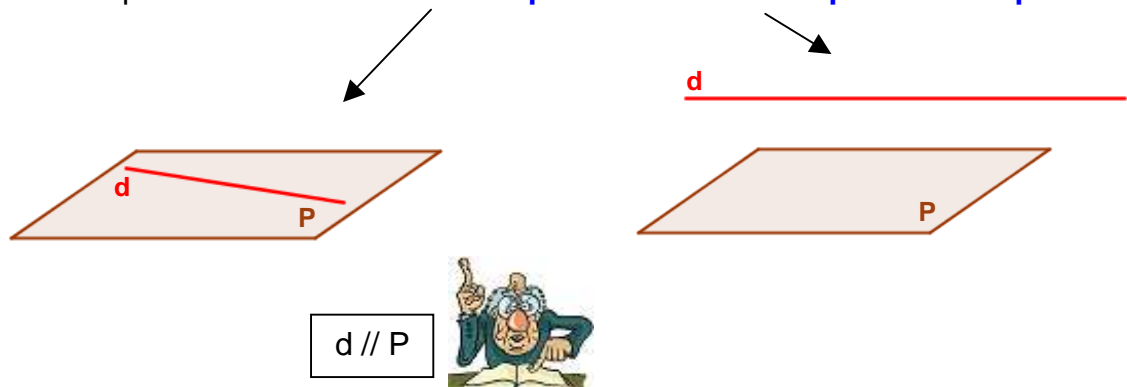
Dans l'espace, un plan et une droite sont soit **sécants**, soit **parallèles**

- quand ils sont **sécants**, leur **intersection est un point**.

d coupe le plan P en H



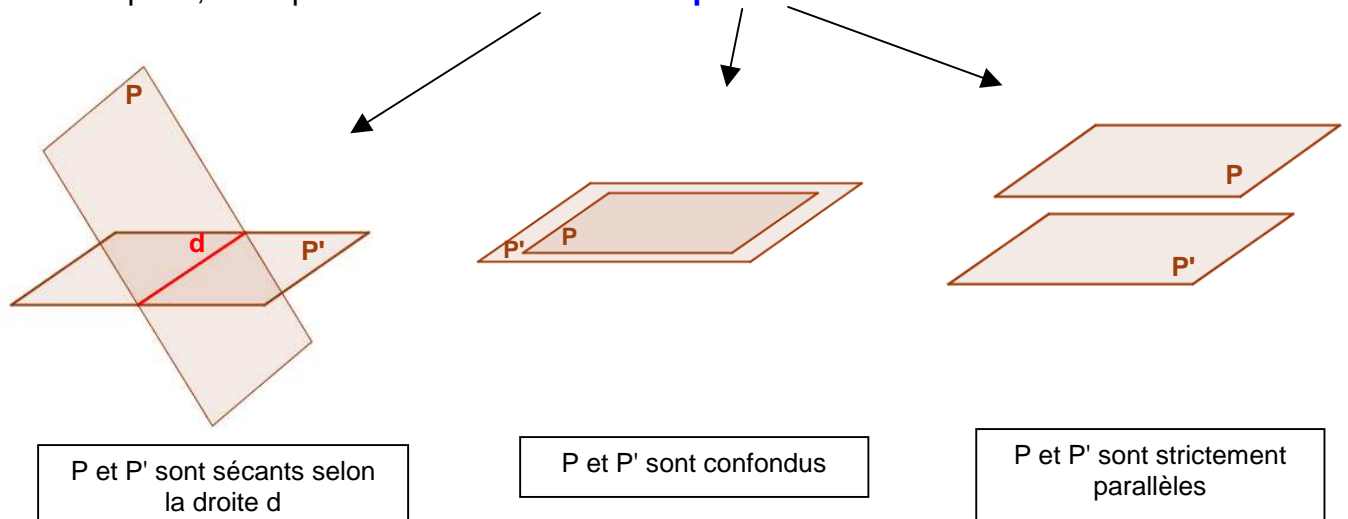
- quand ils sont **parallèles**,
la droite peut être **contenue dans le plan** ou **strictement parallèle au plan**.



d) positions relatives de deux plans :

propriété (admise) :

Dans l'espace, deux plans sont soit **sécants** soit **parallèles**.

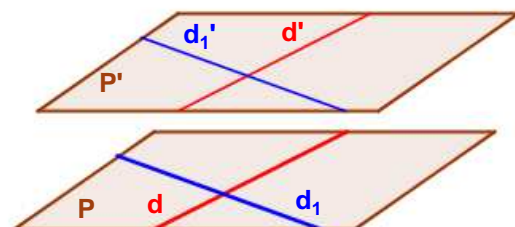


III) Parallélisme (propriétés admises) :

a) montrer que deux plans sont parallèles :

propriété : Si un plan P contient **deux droites sécantes parallèles** à **deux droites sécantes d'un plan P'** alors **P est parallèle à P'**

d et d_1 sont incluses dans P
 d' et d_1' sont incluses dans P'
 $d // d'$ et $d_1 // d_1'$
donc P et P' sont parallèles



propriété : Si **deux plans sont parallèles**, **tout plan parallèle à l'un est parallèle à l'autre**

b) montrer qu'une droite est parallèle à un plan :

propriété : Si **une droite d' est parallèle à une droite d d'un plan P** , alors **la droite d' est parallèle au plan P**

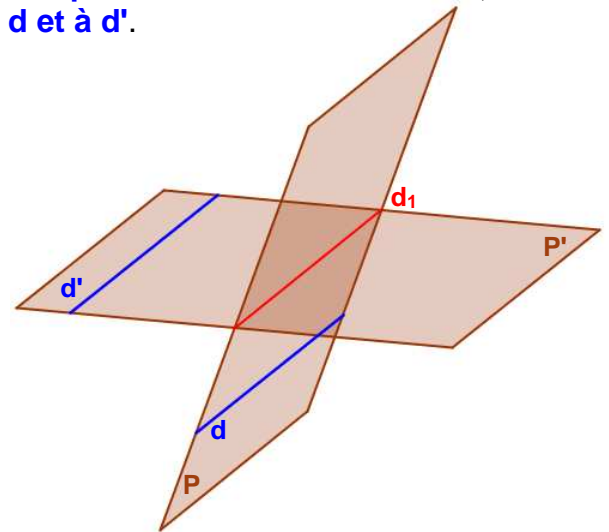
d est incluse dans le plan P
 $d' \parallel d$
donc d' est parallèle à P



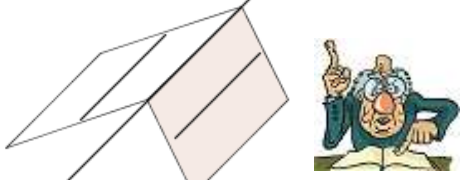
b) montrer que deux droites sont parallèles :

propriété (théorème du «toit»): Soient deux droites d et d' parallèles. P est un plan contenant d et P' un plan contenant d' . Si les plans P et P' sont sécants, alors leur intersection est une droite parallèle à d et à d' .

P et P' sont deux plans sécants selon d_1
 d est incluse dans le plan P
 d' est incluse dans le plan P'
 $d \parallel d'$
donc d_1 est parallèle à d et à d'



Cette propriété est le "théorème du toit" !



propriété : Si **deux plans sont parallèles**, alors **tout plan coupant l'un coupe aussi l'autre et les droites d'intersections sont parallèles**.

P et P' sont deux plans parallèles
 Q et P sont deux plans sécants selon d
 Q et P' sont deux plans sécants selon d'
donc d et d' sont parallèles

