

Fonctions affines

1) Fonction affine :

définition : une fonction affine f est une fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax + b$ où a et b sont deux nombres réels

► Si $b = 0$ la fonction f est **linéaire** .

Ex : la fonction définie par $f(x) = 5x$ est une **fonction linéaire**.

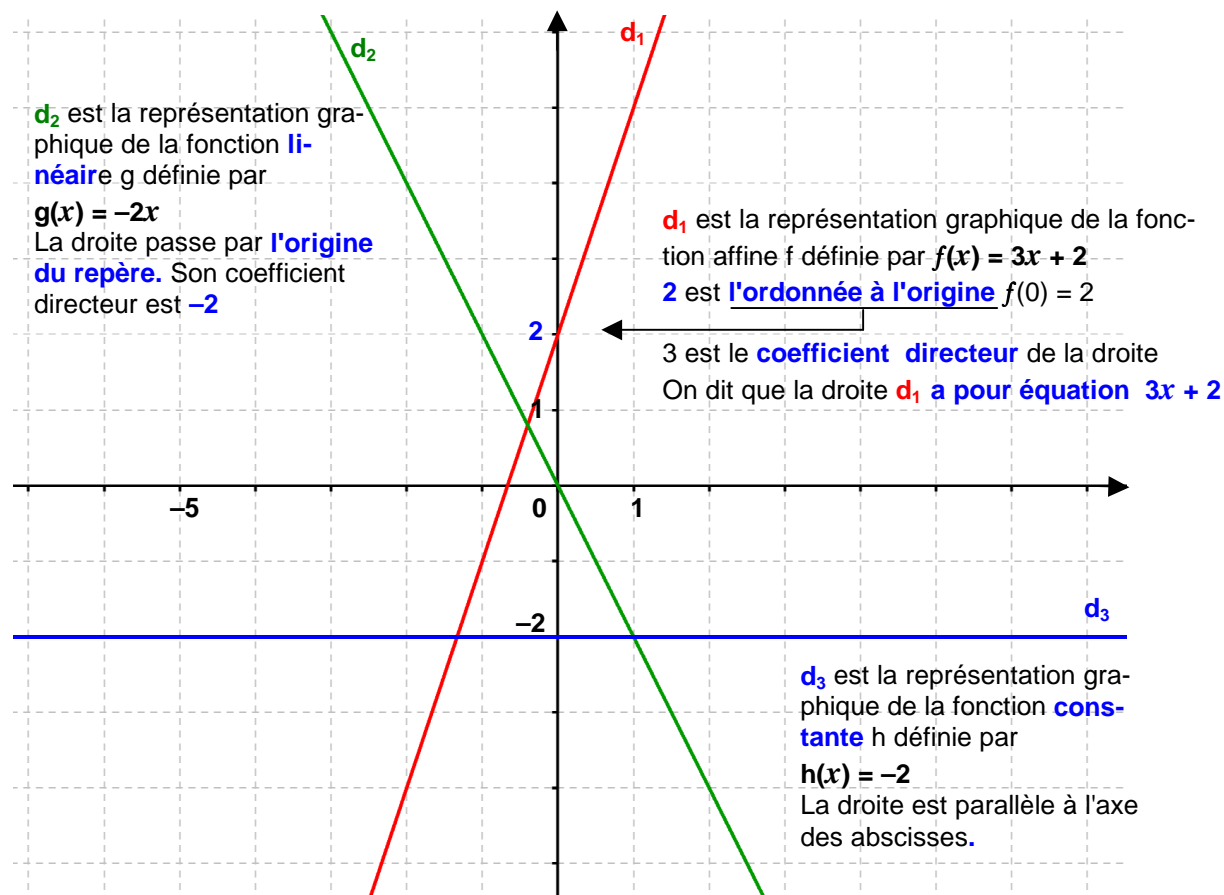
► Si $a = 0$ la fonction f est **constante** .

Ex : la fonction définie par $f(x) = \frac{2}{3}$ est une **fonction constante**.

attention, les fonctions linéaires et constantes restent des fonctions affines !
Les fonctions linéaires et constantes sont des cas particuliers des fonctions affines.



propriété : La représentation graphique de la **fonction affine f** est une **droite**.
 a est le **coefficient directeur** de la droite. b est **l'ordonnée à l'origine de la droite**.
- Si la fonction est **linéaire**, la droite passe **par l'origine du repère**.
- Si la fonction est **constante**, la droite est **parallèle à l'axe des abscisses**.



théorème : Si f est une fonction affine définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax + b$ alors, pour tous nombres réels u et v distincts, $a = \frac{f(u) - f(v)}{u - v}$

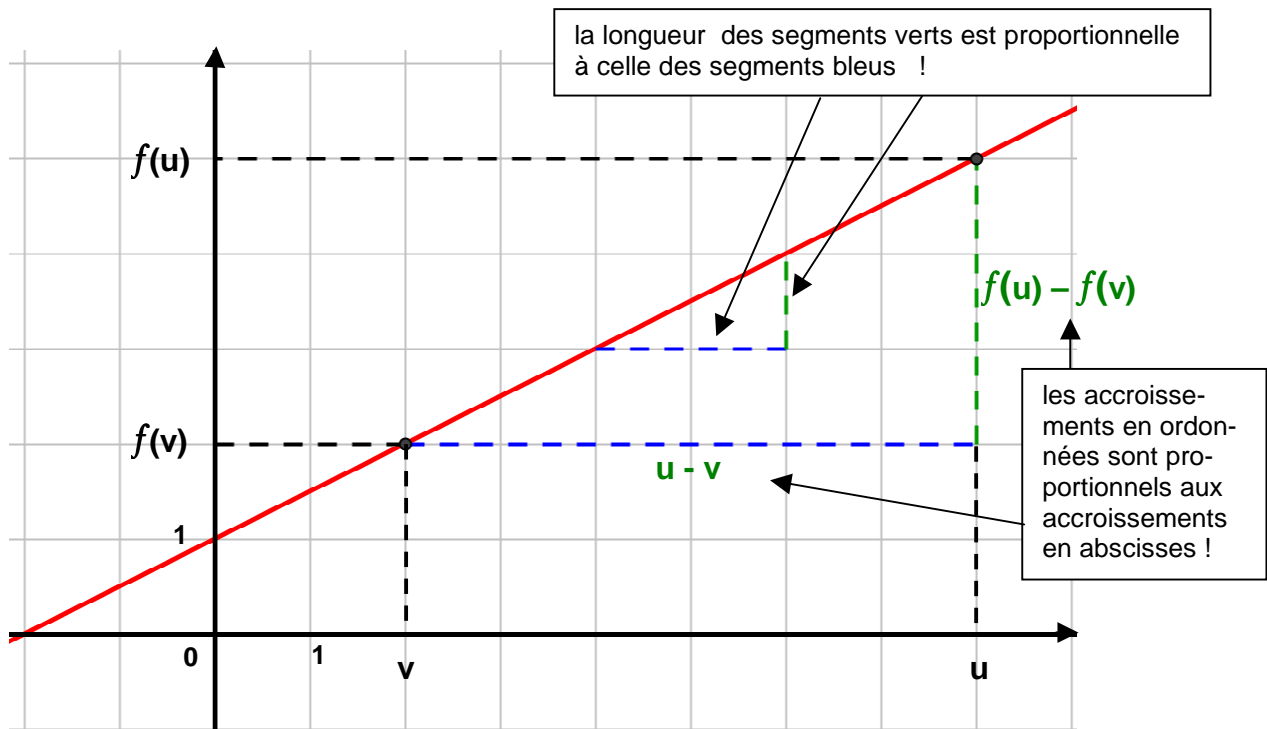
► **démonstration**

Soient deux nombres réels u et v distincts,

$$f(u) - f(v) = (au + b) - (av + b) = au + b - av - b = au - av = a(u - v)$$

donc $a = \frac{f(u) - f(v)}{u - v}$

je peux diviser par $(u - v)$ car $u - v \neq 0$ puisque u et v sont distincts !



Ex : La fonction représentée ci-dessus est une fonction affine f telle que $f(8) = 5$ et

$f(2) = 2$. Le coefficient directeur de la droite est $a = \frac{f(8) - f(2)}{8 - 2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

II) Sens de variation d'une fonction affine :

théorème : f est une fonction affine définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax + b$ avec $a \neq 0$

- ▶ Si $a > 0$ la fonction f est strictement croissante .
- ▶ Si $a < 0$ la fonction f est strictement décroissante .

rappel : Si $a = 0$ la fonction f est **constante** !
Tous les nombres réels auront la même image !



▶ **démonstration**

f est une fonction affine définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax + b$ avec $a \neq 0$

cas $a > 0$

Soient x_1 et x_2 deux réels tels que :

$$x_1 > x_2$$

$$\text{donc } ax_1 > ax_2$$

$$\text{donc } ax_1 + b > ax_2 + b$$

$$\text{donc } f(x_1) > f(x_2)$$

Quand x augmente, $f(x)$ augmente;

f est donc strictement **croissante**

cas $a < 0$

Soient x_1 et x_2 deux réels tels que :

$$x_1 > x_2$$

$$\text{donc } ax_1 < ax_2$$

$$\text{donc } ax_1 + b < ax_2 + b$$

$$\text{donc } f(x_1) < f(x_2)$$

Quand x augmente, $f(x)$ diminue;

f est donc strictement **décroissante**

Ex :

