Géométrie dans l'espace

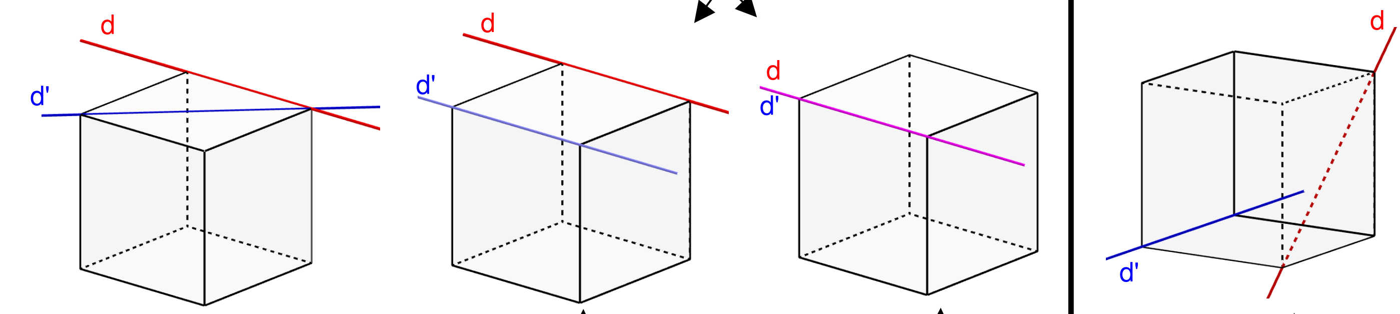
I) Positions relatives de droites et de plans (rappels) :

propriété :
Deux droites d et d' sont soit coplanaires, soit non coplanaires.

elles sont dans un même plan

d et d' sont sécantes en A

d et d' sont parallèles



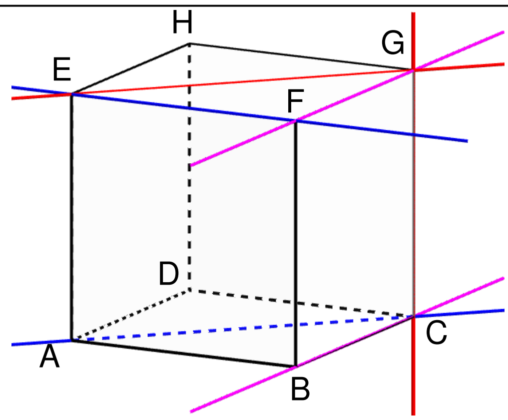
d et d' sont strictement parallèles

d et d' sont confondues

aucun plan ne peut contenir d et d'

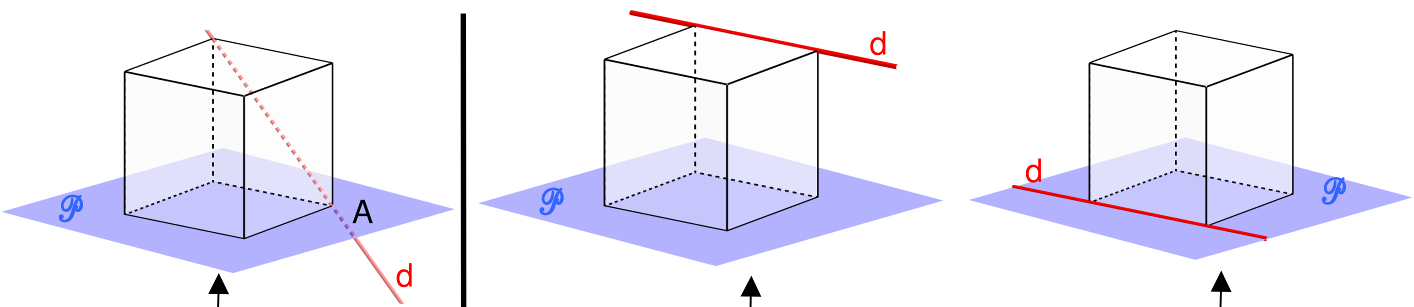
deux droites sont parallèles quand elles sont coplanaires et non sécantes !

Ex : Soit le cube ABCDEFGH



(EG) et (GC) sont sécantes en G
(BC) et (FG) sont parallèles
(EF) et (AC) sont non coplanaires

propriété :
Une droite et un plan de l'espace sont :
soit sécants, soit parallèles.



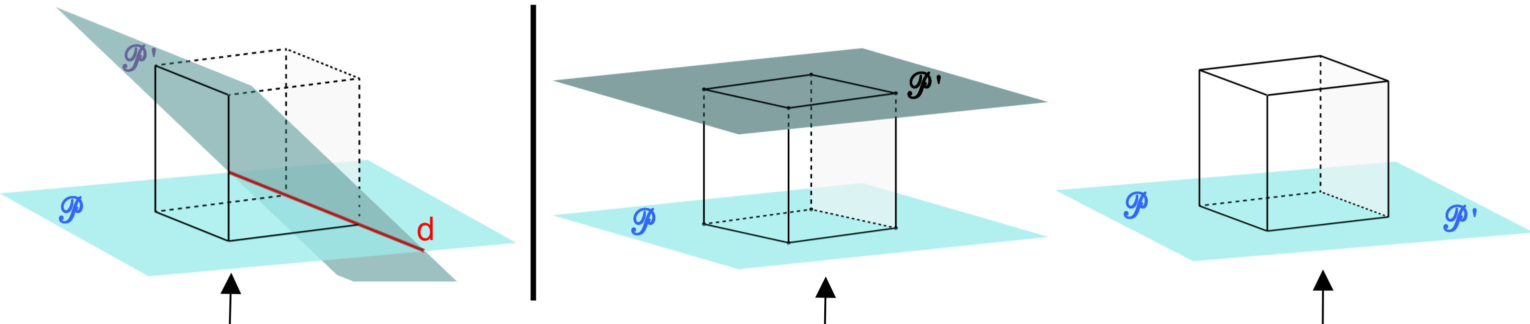
d et 𝒫 sont sécants en un point A

d et 𝒫 sont strictement parallèles.

d est incluse (ou contenue) dans 𝒫

une droite et un plan sont parallèles quand ils ne sont pas sécants !

propriété :
Deux plans de l'espace sont :
soit sécants, soit parallèles.

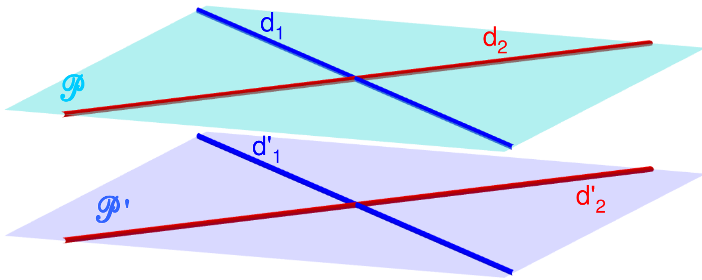


𝒫 et 𝒫' sont sécants suivant une droite d	*𝒫 et 𝒫 sont strictement parallèles.*	*𝒫 et 𝒫' sont confondus*

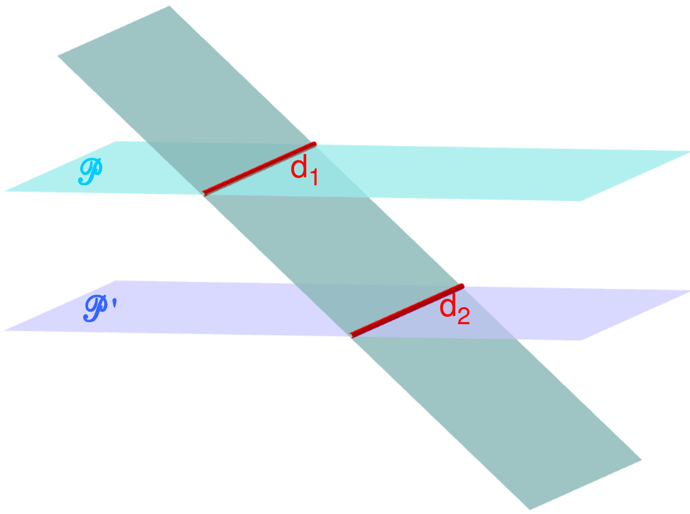
deux plans sont parallèles quand ils ne sont pas sécants !

II) Parallélisme dans l'espace :

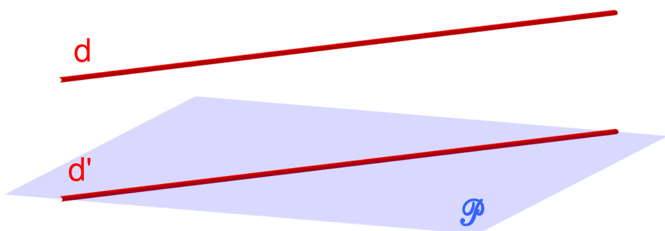
propriété (admise) :
Si deux droites sécantes d_1 et d_2 incluses dans un plan 𝒫 sont parallèles à deux droites sécantes d'_1 et d'_2 d'un plan 𝒫' alors 𝒫 et 𝒫' sont parallèles.



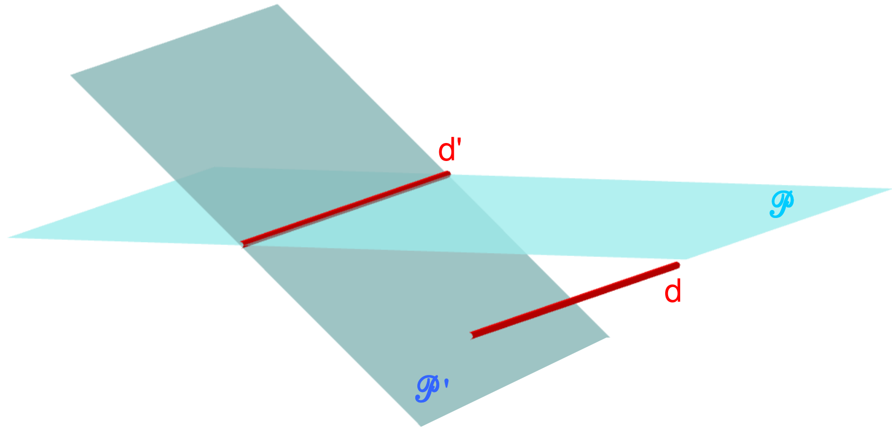
propriété (admise) :
Si deux plans 𝒫 et 𝒫' sont parallèles, alors tout plan qui coupe 𝒫 en une droite d_1, coupe aussi 𝒫' en une droite d_2 et les droites d_1 et d_2 sont parallèles.



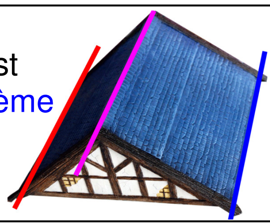
propriété (admise) :
Une droite d est parallèle à un plan 𝒫 s'il existe une droite d' contenue dans 𝒫 parallèle à d.

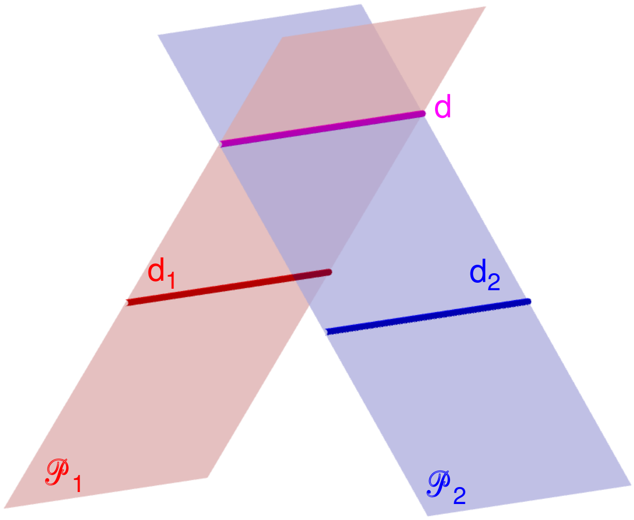


propriété (admise) :
Si une droite d est parallèle à deux plans sécants $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ suivant une droite d' alors d et d' sont parallèles.



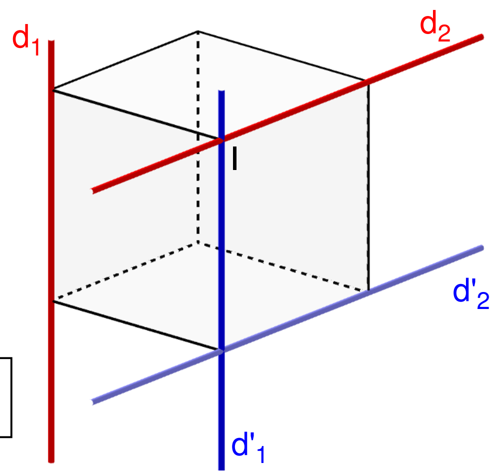
propriété (démontrée dans le chapitre "géométrie vectorielle") :
Si deux plans sécants $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ sont sécants suivant une droite d et si d_1 et d_2 sont deux droites parallèles incluses respectivement dans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$, alors d est parallèle aux droites d_1 et d_2.


cette propriété est appelée le théorème du toit !




III) Orthogonalité dans l'espace :

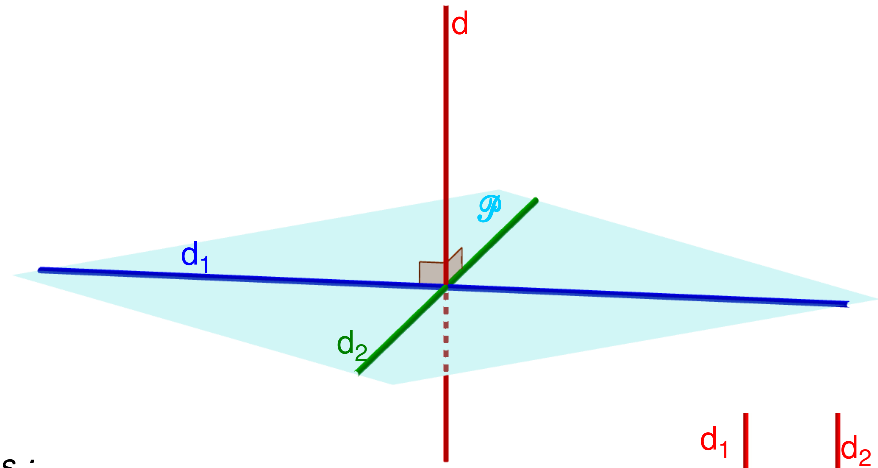
définition : Deux droites d_1 et d_2 sont orthogonales quand leurs parallèles respectives d'_1 et d'_2 menées par un point quelconque I sont perpendiculaires.



deux droites perpendiculaires sont sécantes ! deux droites orthogonales ne sont pas forcément coplanaires et peuvent être non sécantes !

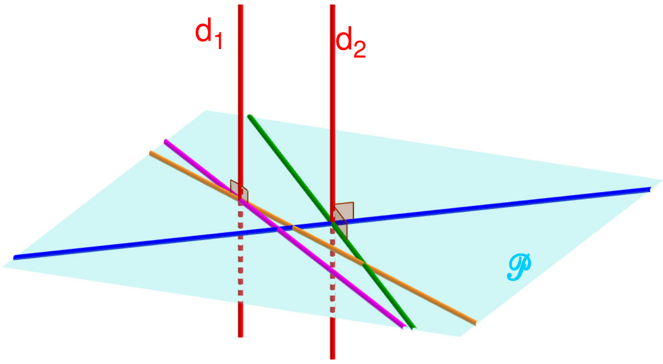
définition : Une droite d est orthogonale à un plan $\mathscr{P}$ quand elle est orthogonale à toutes les droites du plan $\mathscr{P}$.

propriété **(admise et démontrée dans le chapitre "produit scalaire dans l'espace")** :
Pour qu'une droite d soit orthogonale à un plan $\mathscr{P}$, il suffit qu'elle soit orthogonale à deux droites d_1 et d_2 sécantes contenues dans le plan $\mathscr{P}$.

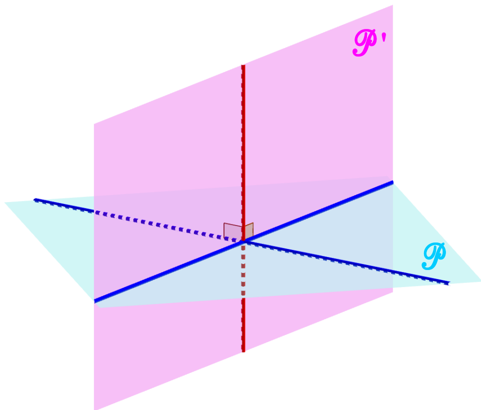


conséquences :

► Si deux droites d_1 et d_2 sont orthogonales à un plan $\mathscr{P}$; alors elles sont parallèles.



► Deux plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ sont perpendiculaires quand l'un contient une droite orthogonale à l'autre.



► Si deux plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ sont perpendiculaires à une même droite d; alors ils sont parallèles.